TECNOLÓGICO UNIVERSITARIO PICHINCHA

2
Nivel

Matemática y Estadística Deportiva

Guía general de estudios de la asignatura

Modalidad de Educación a Distancia

Tecnología Superior en Actividad Física Deportiva y Recreación

Autor:

Mg. Jhonson Peralta.

Periodo académico octubre 2023 - marzo 2024

Modalidad Distancia

Matemática y Estadística Deportiva
Guía general de estudios de la asignatura

© Mg. Jhonson Peralta

ISBN: 978-9942-672-38-4

Edición: Julio 2024

Texto digital proporcionado por el autor.

TALLPA Publicidad Impresa - 2540 662 - 09 9561 4887
Quito - Ecuador

TECNOLÓGICO UNIVERSITARIO PICHINCHA

PRÓLOGO

Ha sido y es objetivo fundamental del instituto utilizar herramientas esenciales para que nuestros estudiantes logren alcanzar una formación integral. Bajo esta consideración ponemos a disposición estas guías de estudio que posibilitarán, sin duda, puedan organizarse para comprender el contenido de las diferentes asignaturas.

Estas guías han sido creadas por un equipo de profesionales altamente capacitados en cada asignatura, con el objetivo de convertir su proceso de aprendizaje en una experiencia enriquecedora.

Nuestros docentes han recopilado información, han sintetizado temas, organizado conceptos y aspectos relevantes para que cada guía se presente cuidadosamente elaborada para responder a la realidad actual, con contenidos actualizados y a la vanguardia del conocimiento. La didáctica empleada facilitará la comprensión y aprendizaje de cada tema, permitiéndoles avanzar de manera efectiva en su formación profesional. En la elaboración de estas guías se denota el compromiso del instituto para lograr el éxito académico.

La diagramación de estas guías ha sido pensada para ser clara y atractiva, transmitiendo los conocimientos de manera amena y accesible. Queremos que nuestros estudiantes disfruten del proceso de aprendizaje encontrando en cada página una herramienta útil que les motive a salir adelante en su camino educativo.

Estimados estudiantes: Les deseamos éxito en su recorrido académico, que el Instituto Tecnológico Universitario Pichincha estará siempre pendiente por vuestro éxito educativo.

Dr. Edgar Espinosa. MSc.
RECTOR ISTP-U

ÍNDICE

Presentación de la Asignatura.

La estadística en general, es el campo del conocimiento; parte de la matemática aplicada, que se encarga de recopilar, ordenar y procesar información de los diversos contextos humanos, utilizando diversas técnicas, con la finalidad de obtener conclusiones sobre temas específicos que necesitan ser investigados para la posterior toma de decisiones.

En este sentido, la asignatura de estadística, como parte de carrera de administración, tiene particular importancia, puesto que considera los aspectos más relevantes del mundo empresarial para su análisis cuantitativo o cualitativo y permite conocer efectivamente las características de las poblaciones que intervienen en la administración de negocios y en la economía en general.

Siendo la estadística una asignatura que involucra la utilización constante de cálculos numéricos, necesita de la aplicación de los conocimientos de la matemática básica que un estudiante en este nivel debe tener, tales como las operaciones con expresiones algebraicas y desarrollo de fórmulas que procesen cuantitativamente las informaciones que el campo administrativo requiere.

Por todo lo expuesto, se determina que la estadística contribuye significativamente en el conocimiento de las características del entorno empresarial, permitiendo así, la oportuna toma de decisiones frente a las diversas situaciones o problemas que constantemente se presentan en este campo.

El presente texto contiene la información básica de cada uno de los temas y subtemas a tratar en el desarrollo de la asignatura, con ejemplos y problemas propuestos para que sean resueltos en el trascurso del semestre.

Competencias específicas de la asignatura para la carrera

Aplicar con ética los conocimientos científicos y tecnológicos, en el campo de la investigación relacionada con las empresas; - Elaborar y asesorar estudios de planificación, ejecución y evaluación de proyectos de emprendimiento, de acuerdo con las dimensiones de sustentabilidad y principios de administración; - Asesorar en procesos para promocionar el procesamiento, conservación y comercialización de productos con alto componente de materia prima y valor agregado locales. - Promover y ejecutar la gestión administrativa de las empresas. -Elaborar diagnósticos y análisis de la realidad local. - Aplicar los conocimientos, la investigación y la vinculación con la sociedad, al desarrollo local integral, sistematizando los planteamientos de solución de acuerdo a la prioridad de los problemas que presenta el sistema desde el punto de vista social y productivo, a través de la creatividad e innovación.

Método de aprendizaje.

El presente curso se basará en un aprendizaje activo centrado en todas las actividades que están planificadas y que usted estimado estudiante desarrollará con mucho compromiso, siendo el protagonista del proceso de aprendizaje. Esta metodología debe promover la reflexión y relacionar los nuevos aprendizajes con conocimientos previos que posea. El proceso de enseñanza aprendizaje debe hacer énfasis en la lectura, comprensión, cuestionamiento, discusión, aplicación de conceptos y solución de problemas.

La solución de problemas se presenta como aplicación de los conceptos y procedimientos vistos en las unidades didácticas; son problemas que se relacionan con su entorno y su futura profesión. Con esta estrategia usted aprende a analizar información y datos, a interpretarlos y se entrena en la toma de decisiones, considerando también que al uso de las tecnologías ya que facilita los aprendizajes autónomos. Es por eso que usted tendrá interacción permanente con las TICs y la plataforma Moodle.

Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje.

Estimado / a estudiante, para que su aprendizaje sea significativo y lleve la secuencialidad de los procesos, se recomienda tener en cuenta éstas orientaciones:

- Son materiales necesarios para el estudio, el texto básico, la guía didáctica y las evaluaciones a distancia.
- Es conveniente trabajar de manera simultánea con el texto y la guía didáctica.
- Los materiales de papelería básicos, como un cuaderno, lápiz y borrador, que le permitan realizar anotaciones y desarrollar ejercicios son necesarios.
- Deberá dedicarle por lo menos 4 horas por semana a estudiar ésta materia, para lo cual programar un horario es fundamental.
- Lea y comprenda el texto básico, en el tema o unidad correspondiente, revise y analice la guía didáctica y emprenda los ejemplos ilustrativos, realice las actividades recomendadas y resuelva la autoevaluación al final de cada unidad.
- Estudie de manera secuencial los temas asegurando la comprensión de ellos, dedique más tiempo a los conceptos, definiciones y la aplicación de propiedades.
- La variedad de ejercicios y problemas incluidos son tomados del texto básico y libros complementarios seleccionados por componentes que le permiten observar cómo aplicar las matemáticas que está aprendiendo, además dispondrá de más ejercicios que le aseguran fortalecer su aprendizaje.
- Antes de empezar un nuevo tema, asegúrese de haber comprendido la unidad anterior. Si aún tiene dudas, repase nuevamente, consulte

con su profesor tutor, quien le ayudará a clarificar los tópicos de mayor complejidad.

- Adicionalmente las 8 autoevaluaciones incluidas también le permiten practicar y retroalimentar con las soluciones al final de la presente guía.
- Elabore sus tareas a distancia constante y paulatinamente, evite retrasos y acumulaciones, recuerde es una por cada bimestre, su presentación es obligatoria, en el Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA), en los días y horas indicadas en su calendario académico.
- Cada bimestre tiene 8 semanas, utilice 6 para su estudio autónomo, desarrollo de las autoevaluaciones y evaluación a distancia, y 2 semanas para repaso y preparación a la prueba presencial.
- Siempre es útil comunicarse con su tutor si tiene dificultades. Encuentre el horario de tutorías y los datos de contacto en el aula virtual correspondiente.
- El material virtual implementado por la institución brindará el ingreso a sus evaluaciones a distancia, encontrará asesoría para la asignatura, material en digital y la posibilidad de interactuar con el profesor y compañeros. Acceda a través de la dirección electrónica www.tecnológicopichincha.edu.ec.
- Genere un aprendizaje autónomo, responsable y organizado. Siga de forma adecuada indicaciones y autoevaluaciones de cada unidad, sepa que son estrategias de aprendizaje que le permitirán conocer su avance académico.

Resultado de aprendizaje 1

Aplica las propiedades de los números reales y expresiones algebraicas en la solución de problemas relacionados con la actividad deportiva.

Unidad 1. Fundamentos del Algebra.

1. “Números Reales”

1.1. Subconjuntos de los números Reales

En esta unidad usted podrá identificar los subconjuntos de los números Reales y las propiedades conmutativa, asociativa, distributiva, del elemento idéntico y del inverso, para que pueda aplicar en la resolución de ejercicios y problemas

Empiece por identificar los subconjuntos de los números Reales.

En la imagen siguiente puede observar que los reales se forman con la unión de dos conjuntos de números, los Racionales y los Irracionales. También se observa que los Naturales y Enteros son subconjuntos de los números Racionales. Este gráfico también le ayuda a visualizar, que un número que pertenece a los números naturales es también un número entero, racional y real

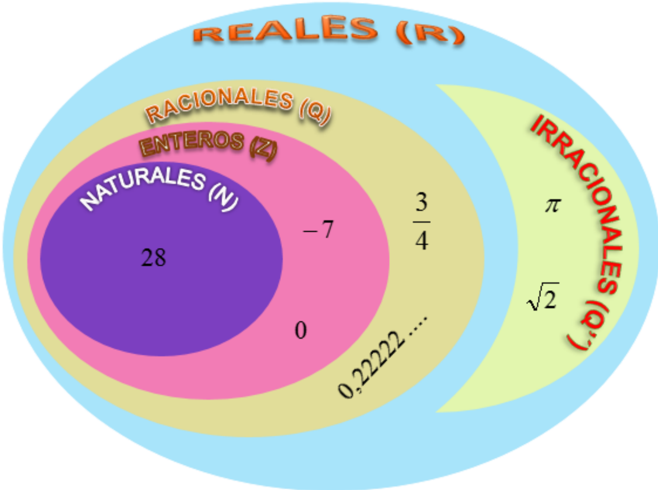


Figura 1. Subconjunto de los números reales Jhonson Peralta

Números naturales

Los números 1, 2, 3, ... que sirven para contar y enumerar forman el conjunto de los números naturales, que denotamos con la letra N.

N = {1, 2, 3, 4,...}

Los puntos suspensivos indican que este conjunto tiene un número infinito de elementos. Este conjunto tiene como primer elemento al número 1 y no tiene un último elemento

El conjunto formado por los números naturales, sus correspondientes opuestos y el cero son los números Enteros y se denota con la letra Z.

Z = {...−5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3...}

Este conjunto no tiene primer elemento ni último elemento.

El conjunto de los números naturales está contenido en los números enteros. Todos los números naturales son también números enteros, pero no todos los números enteros son números naturales.

Entonces se afirma que:

$5 \in N$ 5 es un elemento de los números naturales

$5 \in Z$ 5 es un elemento de los números enteros

$-9 \notin N$ − 9 no es un elemento de los números naturales

$-9 \in Z$ − 9 es un elemento de los números enteros

Números racionales

Los numeros racionales son los que pueden escribirse como el cociente de dos números enteros, estos números se pueden escribir de la forma donde a y b son números enteros y b debe ser diferente de cero

Este conjunto de numeros se nombra con la letra ***Q***.

Los números que pertenecen a este conjunto los podemos visualizar como fracciones o como decimales exactos o decimales periódicos asi:

$$\frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$\frac{3}{2} = 1{,}5$$

$$\frac{1}{3} = 0{,}33 \ldots = 0{,}\overline{3}$$

$$\frac{151}{60} = 2{,}5166 \ldots = 2{,}51\overline{6}$$

El conjunto de los números enteros ***Z*** es subconjunto de los números racionales ***Q,*** esto es todo número entero es un número racional, por ejemplo:

7 es un número entero y también es un número racional porque 7 se puede escribir como la fracción

Ahora tome en cuenta que los números decimales que no son exactos ni periodicos no son racionales, estos números conforman el conjunto de los números Irracionales que nombramos con

Son números irracionales los números:

$$\sqrt{2} = 1{,}41421356\ldots$$

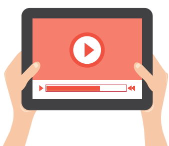
$$\sqrt{3} = 1{,}73205080\ldots$$

$$\sqrt{5} = 2{,}236067\ldots$$

$$\sqrt[3]{2} = 1{,}25992105\ldots$$

$$\sqrt[5]{-5} = -1{,}379729661\ldots$$

Números de gran importancia en matemática, como el número π, que se utiliza para calcular la longitud de la circunferencia; el número ***e***, base de los logaritmos naturales también son números irracionales.



Le invito a observar el vídeo [“La historia de los números a través del tiempo”]() Donde observará como fueron surgiendo los diferentes conjuntos de números, que son los que manejamos hoy dia

Actividad de aprendizaje recomendada

Clasifique los siguientes números indicando a cuales de los conjuntos ***N, Z, Q, I, R*** pertenecen:

$$5;\ -3;\ 0{,}42;\ \frac{4}{5};\ \sqrt[3]{-12};\ -\frac{\pi}{2};\ 4{,}\overline{7};\ -\frac{e}{e}$$

N:

Z:

Q:

I:

R:

Actividad de aprendizaje recomendada

Complete la siguiente tabla

	-15	$\frac{125}{100}$	2π	$\frac{0}{4}$	$\sqrt{36}$	133	$-3{,}5$	$\frac{5}{0}$	$2{,}19\ldots$	$\sqrt{-25}$	$6{,}3$	$\frac{4\pi}{\pi}$
$\mathbb{N}$												
$\mathbb{Z}$												
$\mathbb{Q}$												
$\mathbb{Q}'$												
$\mathbb{R}$												
Ninguno												

1.2. Subconjuntos de los números Reales

Antes de empezar con las operaciones con números Reales es importante que recuerde algunas de sus propiedades.

- **Propiedad Conmutativa.**

Si *a* y *b* son dos números reales cualesquiera, entonces:

$a+b=b+a$ y $a \cdot b=b \cdot a$

En la suma, el orden de los sumandos, no altera la suma total y en la multiplicación, el orden de los factores, no altera el producto

Ejemplo 1:

$3+(-5)=(-5+3)$

$2 \times 5=5 \times 2$

$8 \cdot (-3)=(-3) \cdot 8$

- **Propiedad asociativa**

Si *a*, *b* y c son 3 números reales cualesquiera, entonces

$(a+b)+c=a+(b+c)$ y $(a \cdot b)c=a(b \cdot c)$

Ejemplo 2

$(4+5)+11=4+(5+11)$

$(7 \cdot 3)4=7(3 \cdot 4)$

Esta propiedad se cumple en las operaciones de suma y multiplicación

- **Propiedad distributiva**

Si *a*, *b* y *c* son 3 números reales cualquiera, entonces

a.(b + c) = a.b + a.c y (b + c).a = b.a + c.a

Ejemplo 3

4.(5 + 3) = 4.5 + 4.3

4. 5 + 4.3 = 20 + 12

20 + 12 = 20 +12

32 = 32

- **Elemento identidad**
-

Si a es un número real cualquier, entonces

a + 0 = a y a.1 = a

0 es elemento identidad para la operación suma

1 es el elemento identidad para la operación multiplicación

- **Inversos**
-

Si **a** es un número real cualquier, entonces existe un número real **−a**, tal que:

a + (-a) = 0

Si **a** no es cero, entonces también existe un número real denominado el **reciproco de a** (lo escribimos a $^{-1}$) tal que: $a \cdot a^{-1} = 1$

1.3. Operaciones. Suma, resta multiplicación y división

Para que usted pueda avanzar en el estudio de la matemática debe ser capaz de manejar las operaciones con números reales. Le invito a que lea detenidamente el texto básico (pp.8-10), donde encontrará un resumen de las propiedades y como aplicarlas

Actividad de aprendizaje recomendada

Revise con detenimiento la teoria de la sección 0.4 página 7 donde encontrará ejemplos de las propiedades y operaciones con números reales. Luego resuelva el ejercicio 0.4 página 10 del texto básico. Las soluciones las encuentra en el solucionario al final del texto básico

1.4 Potenciación. Propiedades

Cuando en un producto el factor se repite un número determinado de veces se puede resumir de la siguiente manera

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$ **Potencia**

3 es la base y es el factor que se repite en la multiplicación

6 es el exponente e indica las veces que se repite el 3 como factor

Ahora usted ya es capaz de formular una regla de signos para las potencias

$$(+)^{par} = + \qquad \mathbf{3^4 = 81}$$

$$(+)^{impar} = + \qquad \mathbf{6^3 = 216}$$

$$(-)^{par} = + \qquad \mathbf{(-5)^4 = 625}$$

$$(-)^{impar} = - \qquad \mathbf{(-2)^3 = -8}$$

Regla de signos:

Es necesario revisar las principales propiedades de los exponentes para que pueda aplicar este conocimiento en la resolución de ejercicios y problemas.

Propiedades de los exponentes

1. Producto de potencias con la misma base

$a^m.a^n=a^{m+n}$

Se conserva la misma base y se suman los exponentes

$$3^2.3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

$$(-2)^3.(-2)^2 =)(-2)^5$$

$$4^{-3}.4^5 = 4^2$$

Ejemplo 4

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

2. División de potencias con la misma base

Se conserva la misma base y se restan los exponentes

$$\frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$$

$$\frac{5^7}{5^5} = 5^2$$

Ejemplo 5

3. Exponente cero

$$a^0 = 1 \quad a \neq 0$$

0^0 no está definido

Ejemplo 6

$$(-12)^0 = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

4. Exponente negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0 \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo 7

$$(52)^{-1} = \frac{1}{52} \qquad \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

5. Potencia de potencia

$$\mathbf{(a^m)^n = a^{mn}}$$

Se conserva la base y se multiplican los exponentes

Ejemplo 8

$$(4^2)^3 = 4^{2.3} = 4^6$$

$$[(3^4)^3]^2 = 3^{24}$$

6. Potencia de un producto

$$(a.b)^n = a^n.b^n$$

Cada factor se eleva al exponente n

Ejemplo 9

$$(3\ .\ 2)^4 = 3^4\ .\ 2^4$$

7. Potencia de un cociente

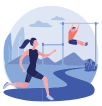
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

El numerador y el denominador se elevan al exponente n

Ejemplo 10

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2}$$

Para completar el estudio del tema de exponentes debe leer del texto básico (pp.12-14) donde encontrará ejercicios resueltos que le pueden apoyar en el proceso de aprendizaje



Actividad de aprendizaje recomendada

Realice el ejercicio 0.5 del texto básico (pp.16) los numerales del 1 al 14 sobre aplicación de las propiedades de potenciación. Las soluciones las encuentra en el solucionario al final del texto básico asi evaluará su progreso en este tema

1.5. Radicación. Propiedades. Racionalización

Es importante que distinga que cuando el exponente de una potencia es un número **fraccionario** se obtiene una raíz de esta forma:

$$\boldsymbol{a^{1/n} = \sqrt[n]{a^1}}$$

$$\boldsymbol{a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}}$$

Ejemplo 11

$$\mathbf{32^{1/5}} = \sqrt[5]{\mathbf{32}} = \mathbf{2}$$

¿Cómo se llega a 2 como respuesta?

Se busca un número que elevado a la potencia 5 nos de 32 y ese número es 2.

$$\mathbf{2^5{=}32}$$

En general:

$$\sqrt[n]{a} = \boldsymbol{b} \text{ porque } \boldsymbol{b}^n = a$$

Observe atentamente los siguientes ejercicios para que deduzca la regla de los signos

$$\sqrt[3]{125} = 5 \textbf{ porque } \mathbf{5^3} = 125$$

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \textbf{ porque } (-\mathbf{3})^{\mathbf{3}} = -\mathbf{27}$$

$$\sqrt{25} = \pm 5 \textbf{ porque } 5^2 = 25 \ y \ (-5)^2 = 25$$

$$\sqrt{-16} \quad \textbf{no existe porque} \text{ no existe ningún número real que elevado al cuadrado de -16}$$

Ahora ya puede concluir la regla de los signos:

$$\sqrt[par]{+} = \pm$$

$$\sqrt[impar]{+} = +$$

$$\sqrt[impar]{-} = -$$

$$\sqrt[par]{-} \text{ no tiene solución en los números reales}$$

Principales propiedades de los radicales

1. $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$ **producto de radicales de igual índice**

2. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ **división de radicales de igual índice**

3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$ **raíz de raíz**

4. $\sqrt[n]{a^n} = a$ **raíz de potencias**

Racionalización

Racionalizar una fracción que tiene raíces en el denominador es un proceso por el cual se obtiene una fracción equivalente sin raíces en el denominador.

Observe y analice los siguientes ejemplos:

Ejemplo 12

$$\text{Racionalice } \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3.\sqrt{5}}{\sqrt{5}.\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Ejemplo 13

$$\text{Racionalice } \frac{2}{\sqrt[5]{x^2}} = \frac{2.\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^2}.\sqrt[5]{x^3}} = \frac{2\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{2\sqrt[5]{x^3}}{x}$$

Para una mejor comprensión de este tema revise los ejemplos del texto básico (pp.15) ejemplo 6 y 7

Actividad de aprendizaje recomendada

Ahora ya puede evaluar sus conocimientos. Resuelva los siguientes ejercicios. Encontrará las soluciones al final de esta Guía. Éxito. Autoevaluación

Establezca si cada una de las siguientes igualdades son verdaderas o falsas

1) $2.(5-4y) = 10-4y$ ______

2) $-(x+y) = -x+y$ ______

3) $a \div (b \div c) = (a.c) \div b$ ______

4) $(-a)(-b)(-c) \div (-d) = -(abc \div d)$ ______

Simplifique las expresiones siguientes. No use paréntesis o exponentes negativos en la respuesta final.

5) $(3^4)^3 =$

6) $\left(\frac{x}{2}\right)^3 . (4x^{-1})^2 =$

7) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \div 5^{-2}$

8) $\frac{(-3x)^2}{-3x^2} =$

Encuentre m tal que las proposiciones siguientes sean verdaderas

7) $8\sqrt[3]{2} = 2^m$

8) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} = 2^m$

1.6. Expresiones algebraicas.

1.6.1. Conceptos básicos. Suma y resta de polinomios

Expresión algebraica

Es una expresión en la que figuran números, letras y las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Ejemplo 1

$$2a - 3b;\ 3x^2 + 7y - 2;\quad \frac{5m}{2};\ (p - q)^3$$

Términos de una expresión algebraica son los que están separados por los signos más o menos

Ejemplo 2

$$\begin{array}{rl} -4b^3 & 1\ término \\ 6x^2 - 7y & 2\ términos \\ \frac{5}{2} + 3z - 2w^2 & 3\ términos \end{array}$$

Cuando el polinomio contiene un solo término se denomina monomio. Aquel que contiene exactamente dos términos se llama binomio y el que contiene tres términos se denomina trinomio, como se observa en la siguiente figura.

Es importante que recuerde que una expresión algebraica que contiene más de un término se llama **polinomio**

En un monomio se puede distinguir el coeficiente y la parte literal, así:

En el monomio , el coeficiente es $-7x^3y$, la parte literal (letras) x^3y^2

En el monomio abc^4, el coeficiente es 1 se sobreentiende y la parte literal es abc^4

Términos semejantes

Son los términos que tienen la misma parte literal. Observa el siguiente ejemplo

Ejemplo 3

$3x$; $-5x$; $2{,}3x$ **son semejantes**

5; 10; -3; 7/5 **son semejantes**

$-2ab^2$; $6ab^2$; ab^2 **son semejantes**

$12xy$; $7xy$; $-2yx$ **son semejantes**

$9pq^3$; $12p^3q$ no son semejantes, porque la parte literal no es idéntica

Este concepto de términos semejantes es importante para simplificar expresiones algebraicas.

Suma de polinomios

La suma de polinomios se puede realizar de la siguiente forma, por ejemplo

Ejemplo 4

Sume -3a + 5b con -9b + 2a

Esta suma se puede expresar de la siguiente manera:

$(-3a + 5b) + (-9b + 2a)$

Se procede a eliminar los signos de agrupación

$-3a + 5b - 9b + 2a =$

Se reducen términos semejantes

$= -a - 4b$

NOTA: Para eliminar un signo de agrupación que está precedido del signo más, todos los términos que están dentro del signo de agrupación conservan su signo

Sustracción de polinomios

Esta operación es la operación opuesta a la suma

Ejemplo 5

De $-8x + 3y$ reste $7y - 2x$

Se debe identificar al minuendo y sustraendo. De donde se resta es el minuendo y lo que se resta es el sustraendo.

¿De dónde se resta?, la respuesta es de -8x + 3y, entonces esta expresión es el minuendo

¿Qué se resta?, la respuesta es 7y – 2x, entonces esta expresión es el sustraendo

Ahora puede escribir la operación

(-8x + 3y) – (7y – 2x)

Se eliminan los signos de agrupación

-8x + 3y – 7y + 2x =

Se reducen términos semejantes

-6x – 4y

NOTA: Para eliminar un signo de agrupación que está precedido del signo menos, todos los términos que están dentro del signo de agrupación cambian su signo

Ejemplo 6

Reste $3x^2 - 5xy + 7y^2$ ***de*** $7x^2 - 2xy + 4y^2 + 6$

Minuendo: $7x^2 - 2xy + 4y^2 + 6$

Sustraendo: $3x^2 - 5xy + 7y^2$

Se escribe la operación

$(7x^2 - 2xy + 4y^2 + 6) - (3x^2 - 5xy + 7y^2)=$

Se eliminan signos de agrupación

$=7x^2 - 2xy + 4y^2 + 6 - 3x^2 + 5xy - 7y^2$

Se reducen términos semejantes

$4x^2 + 3xy - 3y^2 + 6$

Actividad de aprendizaje recomendada

Ahora ya puede evaluar sus conocimientos. Resuelva el siguiente ejercicio. Encontrará las solución al final de esta Guía. Éxito.

Sean los polinomios:

P(a): $a^2 - 3a + 8$; Q(a): $a + 5$; R(a): $-3a^2 + 2a$; S(a): $6a^2 - 8a - 10$

Reste la suma de P(a) con R(a) de la suma de Q(a) con S(a)

Actividad de aprendizaje recomendada #8

Resuelva los ejercicios del texto básico sobre las operaciones de suma y resta de polinomios. Ejercicio 0.6 (pp22 numerales del 1 al 9). Las soluciones se encuentran al final del texto.

1.7. Multiplicación de polinomios. Productos notables. División de expresiones algebraicas

Es importante que recuerde la regla de los signos para la multiplicación:

+ por + = +

+ por - = -

- por + = -

- por - = +

Multiplicación de un monomio por un polinomio.

Ejemplo 7

Multiplique el monomio $-3a^2b$ por el polinomio $2ab^2 + 5ab - 4b^3$

Se escribe la operación

$$-3a^2b(2ab^2 + 5ab - 4b^3)$$

Se aplica la propiedad distributiva, multiplicando el monomio por cada uno de los términos del polinomio

$$-3a^2b\ (2ab^2 + 5ab - 4b^3) =$$

$$= -6a^3b^3 - 15a^3b^2 + 12a^2b^4$$

Multiplicación de polinomios.

Ejemplo 8

Multiplique el polinomio (x^2-5) por el polinomio (x^3+2x^2-x)

Se escribe la operación

$$(x^2-5).(x^3+2x^2-x)$$

Se aplica la propiedad distributiva, multiplicando cada uno de los términos de un polinomio por todos y cada uno de los términos del otro polinomio

$$(x^2-5).(x^3+2x^2-x)$$

$$x^{2\cdot}\ (x^3+2x^2-x)-5.\ (x^3+2x^2-x)$$

Se efectúan las operaciones

$$= x^5+2x^4-x^3-5x^3-10x^2+5x =$$

Se reducen términos semejantes

$$= x^5+2x^4-6x^3-10x^2+5x$$

Productos notables

Son productos muy comunes en algebra y conviene recordar sus resultados. Algunos de los más importantes son:

A continuación, se explica con un ejemplo la regla de un binomio al cubo

Ejemplo 9

=

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \textit{Binomio al cuadrado}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \textit{Binomio al cuadrado}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad \textit{Suma por diferencia}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \textit{Binomio al cubo}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \textit{Binomio al cubo}$$

En la página 20 y 21 del texto básico encontrará más ejemplos de los productos notables, le recomiendo que los estudie.

$$(5x+2y)^3 = (5x)^3 + 3(5x)^2(2y) + 3(5x)(2y)^2 + (2y)^3 =$$

Se efectúan las operaciones

$$= 125x^3 + 3(25x^2)(2y) + 3(5x)(4y^2) + 8y^3 = 125x^3 + 150x^2y + 60xy^2 + 8y^3$$

División de expresiones algebraicas

Es importante que recuerde la regla de los signos para la división:

+ dividido para + = +

+ dividido para - = -

- dividido para + = -

- dividido para - = +

División de un polinomio para un monomio

Para dividir un polinomio entre un monomio, se divide cada término del polinomio para el monomio. Observe y analice los 2 ejemplos siguientes:

Ejemplo 10

$$\frac{20a^3b + 25a^4c - 15a^5}{-5a^3} = \frac{20a^3b}{-5a^3} + \frac{25a^4c}{-5a^3} - \frac{15a^5}{-5a^3} = -4b - 5ac + 3a^2$$

Ejemplo 11

$$\frac{12x^4y + 5x^2y^3}{4x^2y} = \frac{12x^4y}{4x^2y} + \frac{5x^2y^3}{4x^2y} = 3x^2 + \frac{5}{4}y^2$$

1.8. Factorización de expresiones algebraicas

Factorización es el proceso de reescribir (volver a escribir) un polinomio como un producto de varios factores, a continuación, se estudiarán los métodos más importantes para factorizar expresiones algebraicas.

Factor común. – Es el método que hay que revisar primero. Este caso se presenta cuando todos los términos de un polinomio tienen un factor común

Observe y analice los siguientes ejemplos de factor común

Ejemplo 12

$$\mathbf{ab + ac - ad,}$$

En esta expresión se observa que en los 3 términos existe el factor **a** que se repite. Se dice que **a** es el factor común, entonces se puede volver a escribir como,

$$\mathbf{a\ (b + c - d).\ Se\ concluye\ que}$$

$$\mathbf{ab + ac - ad = a\ (b + c - d)}$$

Ejemplo 13

$$\mathbf{9x^2y^2+6xy^3+21x^3y^2+3xy^2}$$

Para el factor común se escoge las letras comunes con el menor exponente: $\mathbf{xy^2}$ y de los coeficientes numéricos el factor común es **3**

$$\mathbf{9x^2y^2+6xy^3+21x^3y^2+3xy^2=3xy^2(3x+2y+7x^2+1)}$$

Recuerde que siempre debe factorizar completamente

Ejemplo 14

Factorice completamente

$$4m^2+12m^3$$

$$4m^2+12m^3=4m^2(1+3m)$$

Observe que aun cuando $4m^2+12m^3=2m^2(2+6m)$ no se puede decir que la expresión se factorizó completamente, ya que $2+6m$ todavía se puede factorizar más

Ejemplo 15

Factorice completamente:

$$y(b+2)+b+2$$

Para poder factorizar esta expresión se debe utilizar la estrategia de agrupación así:

El tercer y cuarto término se agrupan con un paréntesis precedido del signo +, por lo tanto, los términos que se agrupan conservan el signo

$$y(b+2)+b+2=y(b+2)+(b+2)=(b+2)(y+1)$$

NOTA: Si agrupa con un paréntesis precedido del signo menos, los términos que se agrupan cambian de signo

Factorización de binomios.

Diferencia de cuadrados.

Regla: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

Ejemplo 16

$$36x^2-25y^2=(6x+5y)(6x-5y)$$

Suma de cubos.

Regla: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

Ejemplo 17

$$27x^3+64y^3=(3x+4y)((3x^2)-(3x)(4y)+(4y)^2)$$

Se efectúan las operaciones indicadas y queda:

$$=(3x+4y)(9x^2-12xy+16y^2)$$

Diferencia de cubos.

Regla: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Ejemplo 18

$$8z^6 - 125w^3 = (2z^3 - 5w)((2z^3)^2 + (2z^3)(5w) + (5w)^2) =$$

Se efectúan las operaciones indicadas y queda:

$$(2z^3 - 5w)(4z^6 + 10z^3w + 25w^2)$$

Factorización de trinomios

Trinomio cuadrado perfecto. Un trinomio cuadrado perfecto es aquel que tiene dos términos que son cuadrados perfectos y positivos (por lo general son el primer y tercer término) y el tercer término es el doble producto de las raíces de los términos anteriores.

$$\text{Regla: } a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \qquad a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

Ejemplo 19

$$\mathbf{4x^2\text{-}12xy\text{+}9y^2}$$

Hay que proceder a verificar que es un trinomio cuadrado perfecto

$$4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$2x \qquad 2(2x)(3y) \qquad 3y$$

Primero se obtiene la raíz cuadrada del primer y tercer términos. Después se calcula el doble producto de las raíces obtenidas. Así se verifica que es un cuadrado perfecto

Recuerde que existen trinomios que no son trinomios cuadrados perfectos que pueden ser factorizados siguiendo otras reglas, como se puede observar en los dos ejemplos siguientes

Ejemplo 20

$$x^2+10x+16=(x+8)(x+2)$$

Para proceder a factorizar de esta manera, primero tiene que cerciorarse que el coeficiente de la incógnita al cuadrado es 1. El primer término de cada factor corresponde a la raíz cuadrada de la incógnita al cuadrado, esto es x. Luego se buscan dos números cuya suma o resta sea igual a 10 (coeficiente de x) y cuyo producto sea igual a 16. Estos números son 8 y 2, Se coloca el mayor (8) en el primer factor y el menor (2) en el segundo factor

Verifique que al multiplicar el lado derecho coincida con el izquierdo.

Ejemplo 21

$$6x^2+7x-3$$

Observe que este trinomio no es un trinomio cuadrado perfecto y el coeficiente de la incógnita al cuadrado no es 1. Este trinomio se puede factorizar aplicando otra regla.

$$\mathbf{6}x^2+7x-3=\frac{(6x+9)(6x-2)}{6}=$$

Se busca dos números que multiplicados den como resultado 18 y sumados o restados den como resultado el coeficiente de x, en este caso 7. Estos números son: 9 y 2

Ahora se debe proceder a sacar factor común

$$=\frac{3(2x+3).2(3x-1)}{3.2}$$

Simplificamos la fracción y se obtiene el siguiente resultado

$$=(2x+3)(3x-1)$$

Luego se puede afirmar que

$$6x^2+7x-3=(2x+3)(3x-1)$$

Verifique que al multiplicar el lado derecho coincida con el izquierdo.

Para consolidar su conocimiento debe revisar la sección 0.7 (pp.23-25) del texto básico, donde encontrará una explicación de los diferentes casos de factorización y varios ejemplos que le ayudarán en el proceso de aprendizaje

Actividad de aprendizaje recomendada

Resuelva los ejercicios del texto básico sugeridas por el docente.

1.9. Fracciones algebraicas. Simplificación y operaciones

Una fracción algebraica es el cociente de dos expresiones algebraicas. No debe olvidar que la división para cero no está definida.

Son fracciones algebraicas: $\frac{x}{y}; \frac{2x-3}{x^2}; \frac{1}{3x^2y}; \frac{x^2-7x+9}{x+2}$

Simplificación de fracciones

Simplificar una fracción consiste en reducirla a su mínima expresión, eliminando los factores comunes del numerador y el denominador

Ejemplo 22

Simplifique la siguiente expresión algebraica

$$\frac{4a^3b^3}{16a^5b^6} =$$

Se eliminan los factores comunes del numerador y del denominador y queda:

$$\frac{1}{4a^2b^2}$$

Ejemplo 23

Simplifique la siguiente expresión algebraica

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2xy + y^2}$$

Se factoriza por completo el numerador y el denominador

$$\frac{(x + y)(x - y)}{(x + y)^2}$$

Para visualizar mejor la eliminación de factores, se puede escribir la fracción

$$\frac{\cancel{(x + y)}(x - y)}{\cancel{(x + y)}(x + y)}$$

Se eliminan los factores comunes

$$\frac{(x - y)}{(x + y)} = \frac{x - y}{x + y}$$

Revise los ejemplos que se encuentran de la sección 0.8 (pp.26) de su texto básico para afianzar su conocimiento sobre la simplificación de fracciones

Multiplicación de fracciones. –

La multiplicación de $\frac{a}{b}$ por $\frac{c}{d}$ es $\frac{a.c}{b.d}$ se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador

Si se puede, primero factorizamos, para facilitar la simplificación

Ejemplo 24

$$\left(\frac{2x}{3y^2}\right)\cdot\left(\frac{3y^2}{4a}\right)\cdot\left(\frac{a^2}{2x^2}\right)$$

Se multiplican los numeradores y denominadores entre si

$$\frac{6a^2xy^2}{24ax^2y^2}$$

Se simplifican los factores comunes

$$\frac{a}{4x}$$

Ejemplo 25

$$\left(\frac{2a-2}{2a+4}\right)\cdot\left(\frac{a^2+4a+4}{a^2-a}\right)$$

Factorizamos

$$\frac{2(a-1)}{2(a+2)}\cdot\frac{(a+2)^2}{a(a-1)}$$

Multiplicamos numeradores y denominadores entre si

$$\frac{2(\cancel{a-1})(a+2)^{\cancel{2}}}{2(\cancel{a+2})a(\cancel{a-1})}$$

Eliminamos factores comunes

$$\frac{a+2}{a}$$

División de fracciones.

La división $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ *se puede expresar como* $\frac{a}{b} . \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$

Ejemplo 26

$$\frac{2a^3}{3b^2} \div \frac{5ax^2}{4b^3}$$

Se expresa como multiplicación

$$\frac{2a^3}{3b^2} . \frac{4b^3}{5ax^2}$$

Se multiplica numeradores y denominadores entre si

$$\frac{8a^3b^3}{15ab^2x^2}$$

Se eliminan los factores comunes

$$\frac{8a^2}{15x^2}$$

Ejemplo 27

$$\left(\frac{x-2y}{2x+6y}\right) \div \left(\frac{3x-6y}{x+3y}\right) = \left(\frac{x-2y}{2x+6y}\right) . \left(\frac{x+3y}{3x-6y}\right) =$$

$$\frac{x-2y}{2(x+3y)} . \frac{x+3y}{3(x-2y)} = \frac{1}{2}$$

Revise los ejemplos que se encuentran de la sección 0.8 (pp.27) de su texto básico para afianzar su conocimiento sobre multiplicación y división de expresiones algebraicas.

Suma y resta de fracciones algebraicas. –

Al sumar o restar fracciones que tienen el denominador igual, se obtiene como resultado otra fracción cuyo numerador es la suma o resta de los numeradores y el denominador es el mismo de las fracciones originales.

$$\frac{a}{d}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{d} \qquad \frac{a}{d}-\frac{c}{d}=\frac{a-c}{d}$$

Ejemplo 28

$$\frac{3x+2}{x+1}+\frac{2x-3}{x+1}=$$

Se suman los numeradores y se coloca el mismo denominador

$$\frac{(3x+2)+(2x-3)}{x+1}=$$

En el numerador eliminamos signos de agrupación y reducimos términos semejantes y se coloca el mismo denominador

$$\frac{3x+2+2x-3}{x+1}=\frac{5x-1}{x+1}$$

Ejemplo 29

$$\frac{-5z+2}{z-1}-\frac{6-z}{z-1}=$$

Se restan los numeradores y se coloca el mismo denominador

$$\frac{(-5z+2)-(6-z)}{z-1}=$$

En el numerador eliminamos signos de agrupación y reducimos términos semejantes y se coloca el mismo denominador

$$\frac{-5z-2+6+z}{z-1}=\frac{-4z+4}{z-1}=$$

Se saca factor común en el numerador y se simplifica la fracción

$$\frac{-4(z-1)}{z-1}=-4$$

Cuando las fracciones que se suman y restan no tienen el mismo denominador, se debe encontrar primero su mínimo común denominador (m.c.d) y se remplaza cada una de las fracciones dadas por una equivalente que tenga este m.c.d. como denominador.

Para calcular el m.c.d. se deben factorizar completamente los denominadores. El m.c.d. se obtiene multiplicando todos los factores comunes o no comunes con su mayor exponente.

Ejemplo 30

$$\frac{3x}{2yz}-\frac{3y}{5xy}+\frac{4z}{3x^2y}=$$

Se calcula el m.c.d. de **$2yz$; $5xy$; $3x^2y$** . Los denominadores ya están factorizados, el m.c.d es **$30x^2yz$** este es el denominador común, luego este denominador se divide para cada denominador y este resultado se multiplica por su numerador correspondiente, quedando

$$\frac{15x^2(3x)-6xz(3y)+10z(4z)}{30x^2yz}=$$

Se efectúan las operaciones del numerador

$$= \frac{45x^3 - 18xyz + 40z^2}{30x^2yz}$$

Ejemplo 31

$$\frac{2x}{x^2-1} + \frac{1}{x(x-1)} - \frac{2x^2-1}{x(x^2-1)} =$$

Se factorizan los denominadores

$$\frac{2x}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{x(x-1)} - \frac{2x^2-1}{x(x+1)(x-1)} =$$

Se halla el m.c.d. y se hacen las operaciones correspondientes

$$\frac{x(2x) + (x+1).1 - 1.(2x^2-1)}{x(x+1)(x-1)} =$$

$$\frac{2x^2 + x + 1 - 2x^2 + 1}{x(x+1)(x-1)} =$$

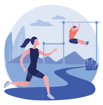
$$\frac{x+2}{x(x+1)(x-1)}$$

Revise y analice los ejemplos que se encuentran de la sección 0.8 (pp.28, 29 y 30) de su texto básico para afianzar su conocimiento sobre suma y resta de expresiones algebraicas

Actividad de aprendizaje recomendada

Resuelva los ejercicios del texto básico sugeridas por el docente.

Se ha concluido con el estudio de los números reales y las expresiones algebraicas. A continuación, se presenta una autoevaluación, las respuestas están al final de la presente guía. Si sus respuestas son correctas usted ya está listo para rendir la prueba presencial de final del primer bimestre. Éxito



Actividad de aprendizaje recomendada

Ahora ya puede evaluar sus conocimientos sobre expresiones algebraicas. Resuelva los siguientes ejercicios. Encontrará las soluciones al final de esta Guía. Éxito. Autoevaluación

Establezca la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones

1. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ ______
2. $-2(a+b) = -2a + b$ ______
3. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.c}$ ______
4. $\frac{a+2b}{a} = 2b$ ______
5. $\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$ ______

En las expresiones siguientes, efectúe las operaciones indicadas y simplifique los resultados.

6. $\frac{1}{x^2+1} + 2$
7. $\frac{1}{x+2} - \frac{2}{x+3}$
8. $\frac{x+y}{p^2-q^2} \div \frac{x^2-y^2}{p+q}$

Factorice por completo

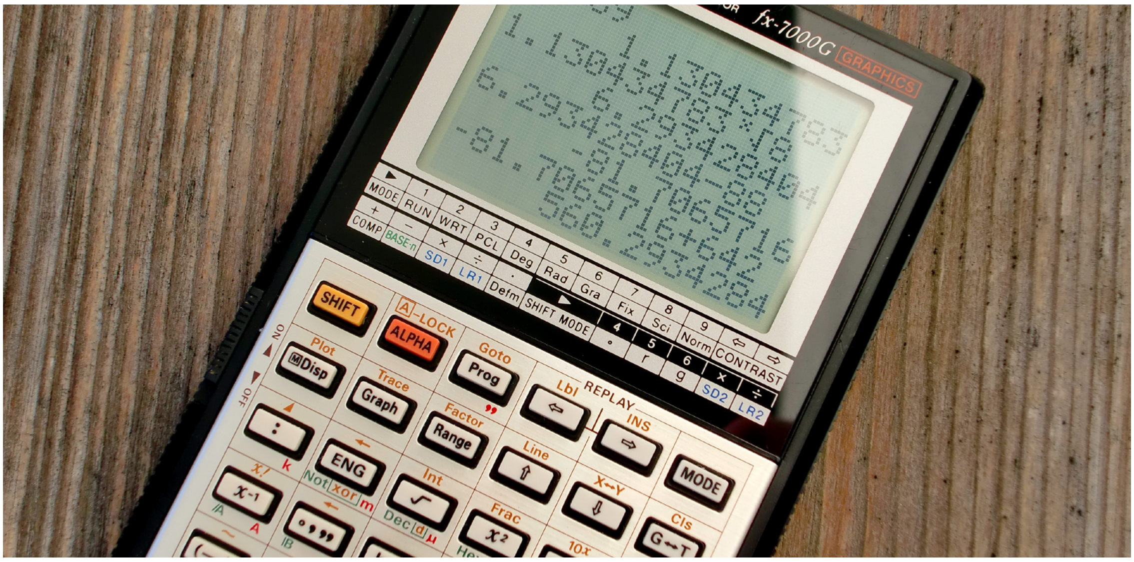
9. $3x^2 - 75y^2$

10. $2p^2 + p - 28$

Resultado de aprendizaje 2.

Utiliza los conocimientos de ecuaciones y sucesiones para el planteamiento y solución de problemas del entrenamiento deportivo.

Unidad 2. Sucesiones y Ecuaciones.



Considerando que el conocimiento sobre ecuaciones es uno de los más trascendentales en la matemática puesto que sirve de base para el aprendizaje de innumerables temas subsiguientes en el campo numérico, alcanzar este resultado de aprendizaje garantizará que el estudiante sea capaz de interpretar adecuadamente la realidad que implique el uso de ecuaciones, que siempre están inmersas en la cotidianeidad tanto profesional como personal, muchas veces de manera implícita.

En esta unidad se desarrollará la lógica para obtener datos de situaciones cotidianas para luego procesarlos mediante ciertos algoritmos definidos para ecuaciones de primer grado con una, dos o hasta tres incógnitas, así como también, ecuaciones de segundo grado con una incógnita, según sea la necesidad y así obtener la solución a problemas que se dan en la realidad.

2. Ecuaciones

2.1. Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraica, en la que existen uno o más valores desconocidos, llamados incógnitas. El objetivo de las ecuaciones es encontrar dichos valores desconocidos, de manera que sus dos partes se mantengan siempre equilibradas.

EJEMPLO 1 Ejemplos de ecuaciones

a. $x+2=3$

b. $x^2+3x+2=0$

c. $\frac{y}{y-4}=6$

d. $a=7-b$

Como se observa en el ejemplo 1, las ecuaciones contienen al menos una variable, que es un símbolo o letra que puede tomar cualquier valor numérico. Generalmente se utilizan letras del alfabeto, por ejemplo, x, y, z, *a*, *b*, etc. Los números independientes, que no se multiplican con ninguna variable, se llaman constantes.

Una ecuación está resuelta cuando se encuentran todos los valores de sus incógnitas para los cuales la ecuación es verdadera; es decir, al reemplazar los valores encontrados, las dos partes de la ecuación se igualan.

EJEMPLO 2 Terminología para las ecuaciones

a. En la ecuación $x+2=3$, la variable *x* es la incógnita. Evidentemente, el único valor de x que satisface la ecuación es 1. Por ende, 1 es una raíz y el conjunto solución es $\{1\}$.

b. -2 es una raíz de $x^2 + 3x + 2 = 0$ porque sustituir -2 por *x* hace que la ecuación sea verdadera: $(-2)^2 + 3(-2) + 2 = 0$, así que -2 es un elemento del conjunto solución, pero en este caso no es el único, puesto que –1 también satisface la ecuación.

c. $w = 7 - z$ es una ecuación con dos incógnitas. Una solución es el par de valores $w = 4$ y $z = 3$. Sin embargo, existe un número infinito de soluciones.

2.2 Ecuaciones equivalentes

Dos o más ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones. Para obtener ecuaciones equivalentes, se puede realizar alguna de las siguientes operaciones:

1. Sumar el mismo valor numérico o algebraico en ambos lados de una ecuación.

   Ejemplo, si a la ecuación $-5x = 5 - 6x$ le sumo $6x$ en ambos lados, se obtiene la ecuación equivalente $-5x + 6x = 5 - 6x + 6x$, es decir, $x = 5$

2. Multiplicar o dividir los dos lados de una ecuación por la misma expresión numérica distinta de cero.

   Ejemplo, si a $10x = 5$, le dividimos para 10 a los dos lados de la ecuación, se obtendrá la ecuación equivalente $\frac{10x}{10}=\frac{5}{10}$ o $x=\frac{1}{2}$

3. Reemplazar cualquiera de los lados de una ecuación por una expresión equivalente.

   Ejemplo, si en $x(x+2)=3$, reemplazamos el productos de la izquierda por la expresión equivalente x^2+2x se obtendrá la ecuación equivalente $x^2+2x=3$

Nota: Hay que tener cuidado cuando se multiplique o se divida a los dos lados de la ecuación por valores que involucren variables o cuando se las eleve a una misma potencia.

Ejemplo, la única solución de $x-1=0$ es 1 pero al multiplicar cada lado de la ecuación por *x* se obtiene $x^2-x=0$; ecuación que tiene dos soluciones que la satisfacen como son 0 y 1. Entonces esas dos ecuaciones no serían equivalentes, puesto que el 0 no es solución de la primera.

Otro ejemplo puede ser que en $(x-4)(x-3)=0$, las dos soluciones posibles son $x=4$ y $x=3$, pero al dividir los dos lados por $x-4$, obtenemos $x-3=0$ y en este caso la única solución es $x=3$, entonces, al haber diferencia en las respuestas, estas ecuaciones no son equivalentes.

Finalmente, si elevamos al cuadrado los dos lados de la ecuación $x = 2$

, obtenemos $x^2 = 4$, la misma que tiene dos soluciones; $x = 2$ o $x = -2$ y puesto

que -2 no es solución de la primera ecuación; no son equivalentes.

Para verificar si dos ecuaciones son equivalentes, después de haber multiplicado o dividido por expresiones algebraicas o a su vez, elevado a alguna potencia a los dos lado de la ecuación, es necesario verificar que soluciones sean las mismas y las satisfagan a ambas.

2.3. Ecuaciones lineales

Una expresión de la forma $ax+b=0$ o su equivalente es una ecuación lineal, donde a y b son constantes y a es diferente de 0.

Una ecuación lineal también se conoce como ecuación de primer grado o ecuación de grado uno porque la potencia más alta de la variable que aparece en la ecuación (1) es la primera.

Para resolver una ecuación lineal, se realizan operaciones en ella hasta obtener una ecuación equivalente cuyas soluciones sean obvias. Esto significa lograr una expresión en la que la variable quede aislada en un lado de la ecuación, como lo muestran los ejemplos siguientes.

EJEMPLO 3 Ecuación lineal

Resolver $5x - 6 = 3x$

Se deben ubicar a los términos que incluyan la variable "x" en un solo lado de la ecuación y a las constantes en el otro lado. Luego se despeja "x" siguiendo el método de la balanza que consiste en:

$5x-6=3x$	
$5x-6-3x=3x-3x$	sumar $-3x$ en los dos lados
$2x-6=0$	reducir términos semejantes
$2x-6+6=0+6$	sumar 6 en los dos lados
$2x=6$	reducir términos semejantes
$\frac{2x}{2}=\frac{6}{2}$	dividir los dos lados para 2
$x=3$	simplificar

Como se observa, al momento de realizar las diferentes operaciones en los dos lado de la ecuación, se han generado varias ecuaciones equivalentes a la primera, determinando como la única solución de $5x-6=3x$ al número 3.

Cuando el estudiante tuene algo de dominio sobre los procesos realizados anteriormente, puede aplicar otro método común que consiste en mover términos de un lado a otro de la ecuación, cambiando en ese proceso su signo; este procedimiento es conocido como "transposición de términos". En el ejemplo $5x-6=3x$, utilizando la trasposición de términos podría escribirse directamente $5x-3x=6$.

EJEMPLO 4 Ecuación lineal

Resolver $2(x+4)=7x+2$

Primeramente, se deben destruir los signos de agrupación mediante la aplicación de la propiedad distributiva.

$2(x+4)=7x+2$	
$2x+8=7x+2$	aplicar propiedad distributiva
$2x-7x=2-8$	restar $7x$ a la izquierda y restar 8 a la derecha
$-5x=-6$	reducir términos semejantes
$x=\frac{-6}{-5}$	dividir los dos lados para -5
$x=\frac{6}{5}$	solución

EJEMPLO 5 Ecuación lineal

$$\frac{7x+3}{2}-\frac{9x-8}{4}=6$$

Cuando hay fracciones, lo primero que debe hacerse es, multiplicar a los dos lados de la ecuación por mínimo común múltiplo de los denominadores; de esta manera se obtendrá una ecuación equivalente que tenga todos sus términos enteros, así.

$$4\cdot\left(\frac{7x+3}{2}-\frac{9x-8}{4}\right)=6\cdot 4$$

$4\cdot\frac{7x+3}{2}-4\cdot\frac{9x-8}{4}=24$	aplicar la propiedad distributiva
$2(7x+3)-(9x-8)=24$	simplificar

$14x+6-9x+8=24$	destruir paréntesis
$14x-9x=24-6-8$	trasponer términos
$5x=10$	reducir términos semejantes
$x=2$	dividir los dos lados para 5

2.4. Ecuaciones con literales

En ciertas ecuaciones se utilizan letras como $a,b,c,d,...$ que representan a constantes no especificadas; a estas ecuaciones se las conoce como literales y a las como constantes literales. Por ejemplo, en $x+a=4b$, la a y la b son constantes literales.

Un ejemplo claro de ecuaciones con constante literales son las fórmulas como $I=Cit$, que expresan una relación entre ciertas cantidades

Si se expresa una letra en función de otras, esta letra es conoce como la incógnita.

EJEMPLO 6 Ecuaciones con literales

La ecuación $I=Cit$ es la fórmula del interés simple I con un capital C, una tasa de interés anual i y un periodo de t años.

Expresar i en términos de I, C y t.

$I = Cit$

$\frac{I}{\cancel{C}} = \frac{Cit}{\cancel{C}}$

$\frac{I}{\cancel{C}} = i$ entonces $i = \frac{I}{\cancel{C}}$

Al momento de dividir a los dos lados para Ct, debemos asegurarnos de que Ct sea diferente de porque no es posible dividir para 0.

Cuando se dividen ambos lados entre Pt, se supone que Pt = 0 porque no es posible dividir entre 0. Se harán suposiciones semejantes al resolver otras ecuaciones con literales.

La ecuación $M = C + Cit$ es la fórmula del monto en una inversión con capital C, una tasa de interés anual simple t y un periodo igual a t años

$M = C + Cit$

$M = C(1+it)$ factorizar

$\frac{M}{(1+it)} = C$ dividir a los dos lados para $(1+it)$

$C = \frac{M}{(1+it)}$

EJEMPLO 7 Ecuación con literales

En la ecuación $(a+c)x+x^2=(x+a)^2$ encontrar el valor de la x en función de

a y *c*

En este caso, conviene destruir primeramente los paréntesis para luego realizar la reducción de términos semejantes y trasposición de términos:

$$(a+c)x+x^2=(x+a)^2$$

$$ax+cx+x^2=x^2+2ax+a^2$$

$$ax+cx+x^2-x^2-2ax=a^2$$

$$cx-ax=a^2$$

$$x(c-a)=a^2$$

$$x=\frac{a^2}{c-a}$$

2.5. Ecuaciones fraccionarias

Este tipo de ecuaciones incógnitas en al menos un denominador.

EJEMPLO 8 Ecuación fraccionaria

Resolver la ecuación $\frac{5}{x-4}=\frac{6}{x-3}$

$$\text{MCM} = (x-4)(x-3)$$

$$(x-4)(x-3)\left(\frac{5}{x-4}\right) = (x-4)(x-3)\left(\frac{6}{x-3}\right)$$

$$5(x-3) = 6(x-4)$$

$$5x - 15 = 6x - 24$$

$$5x - 6x = -24 + 15$$

$$-x = -9$$

$$x = 9$$

Multiplicamos a toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores; de esta manera, obtendremos una ecuación equivalente, pero sin fracciones. Luego simplificamos, destruimos los paréntesis, reducimos términos semejantes, trasponemos los términos y despejamos la incógnita de la ecuación lineal resultante.

Finalmente debe verificarse el resultado, puesto que, como se abalizó anteriormente, al multiplicar una ecuación por una expresión que contenga la variable, no siempre resulta equivalente a la original.

$$\frac{5}{9-4} = \frac{5}{5} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{6}{9-3} = \frac{6}{6} = 1$$

Con esta verificación se concluye que el 9 sí es solución de la ecuación, aunque podría haber resultado una situación en la no existe solución, como se muestra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 9 Ecuaciones fraccionarias sin solución

Resolver $\frac{3x+4}{x+2}-\frac{3x-5}{x-4}=\frac{12}{x^2-2x-8}$

Antes de multiplicar a toda la ecuación por el MCM de los denominadores, deben estar factorizados todos ellos; así, $x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$ y entonces el MCM es justamente el producto resultante de la factorización $(x+2)(x-4)$.

$$(x+2)(x-4)\left(\frac{3x+4}{x+2}-\frac{3x-5}{x-4}\right)=(x+2)(x-4)\cdot\frac{12}{(x+2)(x-4)}$$

$$(x-4)(3x+4)-(x+2)(3x-5)=12$$

$$3x^2-8x-16-\left(3x^2+x-10\right)=12$$

$$3x^2-8x-16-3x^2-x+10=12$$

$$-9x=12+16-10$$

$$-9x=18$$

$$x=\frac{18}{-9}$$

$$x=-2$$

Como vemos, la única solución es $x=-2$, pero al reemplazar ese valor en la ecuación original resulta una fracción no definida, puesto que se divide 10 entre 0, y no es posible dividir para cero y entonces en esta ecuación no tiene solución.

2.6. Ecuaciones con radicales

En este caso, la incógnita es parte del radicando.

EJEMPLO 10 Ecuación con radicales

Resolver: $\sqrt{x^2+33}-x=3$

El procedimiento que se utiliza es elevar los dos lados de la ecuación a la misma potencia con el fin de eliminar el radical, sin embargo, puede ocurrir que después de este proceso no resulte una ecuación equivalente, de modo que es necesario verificar las "soluciones" obtenidas.

$$\sqrt{x^2+33}=x+3$$

$$\left(\sqrt{x^2+33}\right)^2=(x+3)^2$$

$$x^2+33=x^2+6x+9$$

$$x^2-x^2-6x=9-33$$

$$-6x=-24$$

$$x=\frac{-24}{-6}$$

$$x=4$$

Ahora hay que reemplazar la respuesta en la ecuación original para comprobar si realmente es la solución de esta.

$$\sqrt{4^2+33}=4+3$$

$$\sqrt{49}=7$$

$$7=7$$

En ocasiones, puede ser necesario elevar los dos lados de la ecuación a la misma potencia más de una vez; por ejemplo.

EJEMPLO 11 Ecuación con radicales

Resolver $\sqrt{x-3}-\sqrt{x}=-3$

Se elevan los dos miembros de la ecuación al cuadrado.

$$\left(\sqrt{x-3}\right)=\left(\sqrt{x}-3\right)^2$$

$$x-3=x-6\sqrt{x}+9$$

$$x-x+6\sqrt{x}=9+3$$

$$6\sqrt{x}=12$$

$$\sqrt{x}=\frac{12}{6}$$

$$\sqrt{x}=2$$

$$\left(\sqrt{x}\right)^2=(2)^2$$

$$x=4$$

Para comprobar si 4 es la solución efectiva, se sustituye en la ecuación original

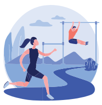
$$\sqrt{4-3}-\sqrt{4}=-3$$

$$1-2=-3$$

$$-1\neq-3$$

Resulta una desigualdad, por lo tanto, no existe solución.

Actividades de aprendizaje recomendadas



Resolver los ejercicios 1, 5, 10, 15, 35, 40, 50, 60, 70. 80, 90, 99, 100, 105 y 107 de las páginas 32 a 36 del texto básico.

2.7. Ecuaciones de segundo grado

Existen situaciones en las que será necesario aplicar la resolución de ecuaciones cuadráticas para resolver problemas-. Estas se presentan de la forma $ax^2+bx+c=0$ o su equivalente, donde a, b y c son constantes y a es diferente de 0.

El nombre de ecuación cuadrática puede reemplazarse por ecuación de segundo grado o ecuación de grado dos ya que la mayor potencia de la incógnita es 2. Como se vio anteriormente, una ecuación lineal tiene una sola solución, mientras la ecuación cuadrática tiene dos soluciones distintas y ambas la satisfacen.

Actividad:

Lea en las páginas 36 a 40 los métodos de resolución de ecuaciones cuadrática por:

a. Factorización
b. Fórmula cuadrática
c. Ecuación de forma cuadrática

Actividades de aprendizaje recomendadas

Resuelva los ejercicios 1, 20, 25, 31, 44, 50, 54, 62, 72, 74, 79, 80, 81, 82 y 83 que se encuentran en las páginas 40 y 41 del texto básico.

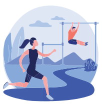
2.8. Sistemas de ecuaciones lineales (2x2 y 3x3)

Lea las páginas 148 a 157 del texto básico.

a. Sistemas con dos variables

- Método de eliminación por adición
- Método de eliminación por sustitución
- Sistema lineal con un número infinito de soluciones

b. Sistemas con tres variables



Actividades de aprendizaje recomendadas

Resuelva los ejercicios 1, 10, 17, 25, 26, 27, 28, 29, 40 y 42 del texto básico

2.9. Inecuaciones de primer grado

Lea en las páginas 51 a 54 el tema:

a. Desigualdades lineales y su resolución

Actividades de aprendizaje recomendadas

Resuelva los ejercicios 2, 10, 15, 20, 25, 30, 32, 35, 36, 37 y 38 que se encuentran en las páginas 54 y 55 del texto básico.

1.10. Autoevaluación

Encuentre las respuestas a los siguientes problemas:

1. Una cerca de alambre será colocada en el perímetro de un terreno rectangular de manera que el área cercada sea de $800ft^2$ y, además, el largo del terreno sea el doble de su ancho. ¿Cuántos *ft* de malla se necesitan?

2. Un terreno rectangular tiene *300m* de perímetro mientras que su largo es *3m* más que el doble del ancho. Determine el área del terreno.

3. Un agricultor desea fumigar sus plantaciones y para ello necesita 135 oz de una solución compuesta por 4 partes de insecticida A y 5 partes de insecticida B. ¿Cuántas onzas de cada insecticida deben usarse?

4. Un ingeniero civil para elaborar concreto mezcla 1 parte de cemento, 3 partes de arena y 5 partes de chispa. Si se requieren $765m^3$ de concreto, ¿cuántos m^3 de cada material necesita el ingeniero?

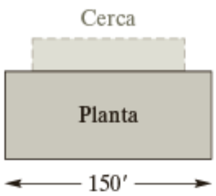
5. Una empresa nacional que fabrica calculadoras vende cada una de ellas en *$21.95.* El costo de fabricación por unidad es de *$14.92*. Los costos fijos mensuales son de *$8500* ¿Cuántas calculadoras se deben vender llegar al punto de equilibrio?

6. La ecuación de demanda de un producto es $p=100/q$ donde p representa al precio por unidad y q es el número de unidades producidas y vendidas. Determine la cantidad demandada cuando el precio por unidad es $4.

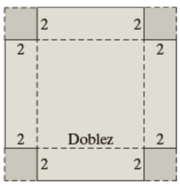
7. Cuando el precio de venta de un producto es de $(80-q)/4$ por unidad, el cliente compra q unidades. ¿Cuántas unidades deben venderse para que el ingreso neto sea de $400?

8. Una empresa que elabora utensilios de cocina alcanza el punto de equilibrio cuando tiene un ingreso de ***$200 000***. Si los costos fijos son de ***$40 000*** y cada unidad de producción se vende a ***$5***. Determine el costo variable por unidad.

9. Se necesita cercar el área de un terreno rectangular de 11200 m^2 en la parte posterior de una fábrica. Un lado estará delimitado por el edificio y los otros tres lados por la cerca (figura). Si se van a utilizar 300 m de valla, ¿Cuáles son las medidas del largo y ancho del área rectangular?



10. Para elaborar una caja sin tapa con el fin de empacar su producto, una empresa cuenta con una pieza cuadrada de cartón, de la que se cortarán cuadrados de 2 in en las esquinas para doblar hacia arriba como muestra la figura. Si la caja debe tener una capacidad de 50 in^3, determine las medidas que debe tener la pieza cuadrada de cartón.



Resultado de aprendizaje.

Analiza y procesa los datos estadísticos tanto cualitativos como cuantitativos, obteniendo conclusiones válidas para la posterior toma de decisiones.

Unidad 3. Introducción a la Estadística.

3. Estadística

3.1. Conceptos de Estadística.

La estadística está presente en innumerables aspectos de la vida cotidiana, y la utilizamos frecuentemente, aunque de manera empírica y sin darnos cuenta, pues basta con que pensemos en la distancia diaria que recorremos a nuestro trabajo, cuánto gastamos semanalmente en alimentación, con qué frecuencia me lavo las manos, o cuántas horas veo televisión en la semana, etc. Son ejemplos sencillos de actividades cotidianas en las que está presente la estadística.

En sentido formal, diremos que la estadística es la ciencia, parte de la matemática, que se encarga de recopilar, organizar y procesar información obtenida de algún contexto de estudio, mediante una serie de métodos, técnicas, herramientas y parámetros, que ayudan a recolectar, organizar, clasificar y analizar datos, todo con la finalidad de obtener ciertos indicadores y conclusiones de la realidad observada para tomar las decisiones más oportunas según sea el caso.

3.2. Estadística descriptiva e inferencial

La estadística descriptiva se encarga del procesamiento y análisis de los datos con el fin de proporcionar las conclusiones acerca de un tema de investigación y con ello, tener elementos de juicio para tomar decisiones, pero siempre y cuando se trabaje con poblaciones enteras; es decir, no se deben realizar inferencias aplicables a la población a partir de una muestra de la misma.

En cambio, la estadística inferencial, se encarga de realizar estudios similares a los de la descriptiva pero una muestra representativa de la población y luego sus resultados pueden ser generalizados y obtener conclusiones acerca de la población entera. Un ejemplo muy claro es el trabajo de las encuestadoras en las elecciones sean seccionales o nacionales, pues a partir de muestras representativas, tomadas a boca de urna, se sabe quiénes son los candidatos vencedores antes de empezar a contar los votos de las urnas. Por supuesto, depende mucho de la seriedad de la encuestadora y de la no intervención de factores que puedan tergiversar la información.

También, mediante la estadística inferencial de pueden probar hipótesis y realizar investigaciones a nivel de post – grado.

3.3. Población y muestra

La población es la totalidad de los individuos, objeto del estudio estadístico, y no se refiere solamente a personas, sino, al número total de objetos o sujetos de quienes se va a tomar la información. Por ejemplo, en un estudio sobre la calidad de la comida en los restaurantes de un centro turístico, la población son los restaurantes que existen en ese lugar.

La muestra es un subconjunto de la población, pero con sus mismas características, es decir, que una conclusión a la que se llegue sobre una muestra, pueda ser generalizada a la población entera. Se utilizan cuando las poblaciones son muy extensas o se desconoce el tamaño real de la población.

3.4. Parámetros y estadísticos

Las medidas representativas de una población se conocen con el nombre de parámetros y esas mismas medidas aplicadas sobre una muestra, se llaman estadísticos. Un ejemplo de ello, es la mediana muestral y la mediana poblacional. Si la muestra es representativa de la población, los estadísticos pueden ser inferidos a la población; todo depende del nivel de confianza que exista y para determinar dicho nivel, también existen indicadores estadísticos que se pueden calcular.

3.5. Variables.

Las variables son las características observables y medibles de una población o muestra; en otras palabras, son los aspectos a observar, por ejemplo, si en un grupo de estudiantes del instituto Superior Tecnológico Pichincha, queremos investigar su **"rendimiento académico"**, esa es la variable, o si en un conjunto de bares de la ciudad, deseamos investigar la **"calidad de la atención al cliente"**, esa es la variable y las has de varios tipos.

Variables cualitativas.

Denotan ciertas categorías no numéricas, por ejemplo, el género (masculino – femenino), o también pueden denotar algún orden como nivel de satisfacción en la atención al cliente en una tienda (excelente, bueno, malo, pésimo).

Variables cuantitativas.

Estas denotan categorías numéricas, como la edad (20 años, 25 años, etc.), otro ejemplo el ingreso mensual ($450.76, $817.21)

Según el grado de influencia de una variable sobre otra también pueden considerarse las variables independientes y dependientes.

3.6. Escalas de medición

Para determinar la medida de cada categoría de la variable, sea esta cualitativa y cuantitativa, se hace necesario recurrir a las escalas de medición, que son niveles utilizados como referencia

Escala nominal.

Indican la característica no numérica **(cualitativa)** de un objeto o sujeto, pero sin ningún orden en particular, un ejemplo de ello es el género, que puede ser masculino o femenino y ninguno de ellos tienen mayor o menos jerarquía. No se pueden calcular parámetros o estadísticos con estas variables.

Escala ordinal.

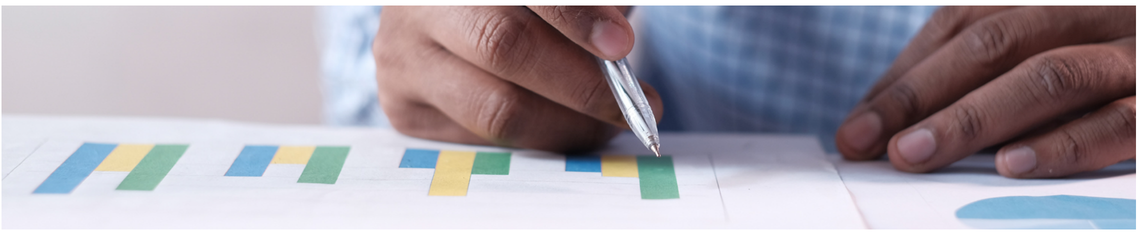
Expresan características no numéricas, **(cualitativas)** pero denotan orden o jerarquía, por ejemplo, el nivel de satisfacción por la atención al cliente en un bar, cuya escala puede ser: muy satisfecho, satisfecho, poco satisfecho e insatisfecho.

Escala de intervalo.

Es de tipo numérico **(cuantitativa)** con la característica de que el cero no es absoluto, lo que significa que no indica ausencia de valor y solo es un punto de referencia, por ejemplo, la temperatura ambiental, en la cual, el CERO, no significa la ausencia de temperatura, sino que es muy frío pero que hay temperaturas mucho más frías menores a cero en lugares cercanos a los polos y en épocas invernales y también hay temperaturas muy cálidas como las de las costas en la zona ecuatorial sobretodo del África.

Escala de razón.

Esta escala considera al cero absoluto, es decir, el cero significa ausencia de algo, por ejemplo, el dinero que llevo en el bolsillo, que al no tener nada, significa ausencia de dinero.



Actividad de aprendizaje recomendada

Elabore un mapa conceptual sobre los conceptos básicos de estadística.

Actividad recomendada

Elabore un cuadro comparativo de las variables estadísticas, con ejemplos de cada una.

3.7. El operador sumatoria.

Su símbolo es la letra griega sigma mayúscula (Σ); es un operador matemático que representa sumas con varios, muchos e incluso infinitos sumandos.

$$\sum_{i=m}^{n} x_i = x_{m+1} + x_{m+2} + \ldots + x_n$$

Notación: n = límite superior

m = límite inferior

i = índice de la sumatoria

x_i = valores a sumar

Ejemplo: $$\sum_{i=1}^{6} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

La suma de los seis primeros dígitos sería:

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 1+2+3+4+5+6=15$$

Actividad recomendada

Resuelva las siguientes sumatorias:

1) $\sum_{i=2}^{5} x_i$

2) $\sum_{i=3}^{7} x_i$

3) $\sum_{i=1}^{3} x_i + \sum_{i=4}^{8} x_i$

4) $\sum_{i=1}^{3} 2x_i$

5) $\sum_{i=1}^{5} i(i+1)$

Escriba en forma de sumatoria:

6) $x_3 + x_4 + x_5$

7) $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}+\frac{1}{x_6}$

8) $3+6+9+12$

9) $(3+4+5)-(6+7+8)$

10) La suma de los dígitos impares

3.8. Parámetros estadísticos para datos sin agrupar

3.8.1. La media aritmética.

Es la suma de todos los datos numéricos dividido para el número de los mismos

Para poblaciones completas la fórmula es: $\mu = \frac{\sum x_i}{N}$

Fórmula para muestras: $\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$

Ejemplo: obtener el promedio de la siguiente muestra da datos: 2, 7, 8, 11, 13, 17, 19

$$\overline{X} = \frac{2+7+8+11+13+17+19}{7} \qquad \overline{X} = \frac{77}{7} \qquad \overline{X} = 11$$

3.8.2. La media ponderada.

Mientras que en la media aritmética todos sus valores tienen la misma importancia, en la media ponderada, cada valor puede tener una importancia o "ponderación" diferente, por ejemplo, si las tres calificaciones de estadística se califican sobre 10, y un estudiantes obtuvo 6.5, 6 y 8, al sumar y dividir para 3, se está dando un peso de 1/3 a cada una de las calificaciones y su promedio sería **6,83** con lo que perdería la asignatura.

Ahora, si la primera calificación tiene un peso del 25%, la segunda, el 15% y la tercera el 60%, su promedio se calcularía de la siguiente manera:

$$\overline{X}_p = \frac{6.5 \times 0,25 + 6 \times 0,15 + 8 \times 0,6}{0,25 + 0,15 + 0,60} = \mathbf{7,325}$$

Esta calificación sí le permitiría aprobar la asignatura.

Fórmula para la media ponderada

$$\overline{X}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \ldots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

3.8.3. La mediana.

En realidad, la mediana es una medida de ubicación del dato que está en el centro. Para ello es necesario ordenarlos de menor a mayor o viceversa y si el número de datos es impar, aquel que se encuentre ubicado en el centro ya es la mediana, mientras que, si el número de datos es par, se seleccionan los dos datos que se encuentran en el centro y la mediana será el promedio simple de estos.

En los datos del primer ejemplo de media aritmética, se cuantifican 7 datos que se encuentran ordenados de menor a mayor, así, en 2, 7, 8, **11**, 13, 17, 19, el número 11 se encuentra en el cuarto puesto, ubicándose tres datos por debajo de ese valor y tres datos por encima del mismo, por lo tanto, le **11** es la mediana.

Si los datos son 2, 7, 8, **11**, **13**, 17, 19, 20, existen 8 valores y por lo tanto hay dos intermedios, que en este caso son 11 y el 13, con los que se procede a obtener el promedio entre los dos, (11 + 13) / 2 = 24/2 = **12**, entonces esa sería la mediana.

Actividad calificada n° 1

Resolver las siguientes situaciones

1. Francisco se dedicó a practicar videojuegos cada día de la semana durante las siguientes horas: 3, 2, 3, 3, 2, 6, 3, calcule el promedio de horas que jugó diariamente

2. Se presentan a continuación las veces que Mariana asiste a la iglesia en un mes: 1, 2, 3, 3, 4, 2, 1; calcular su promedio y su mediana.

3. Alicia obtuvo las siguientes notas en las diferentes asignaturas del colegio: 7, 5, 6, 8, 7, 8, 8, 9, 10, 10. Calcule la media aritmética y la mediana.

4. Seis compañeras de trabajo conversan sobre sus edades. Si ellas tienen 27, 32, 32, 29, 28 y 35 años. Calcule la media aritmética y la mediana.

5. Los jugadores de un equipo de baloncesto tienen las siguientes estaturas en metros: 1.92, 1.95, 1.83, 1.86 y 1.79. calcule la media aritmética y la mediana.

6. Las calificaciones de 10 estudiantes de estadística son: 7.0, 6.5, 4.2, 2.1, 9.0, 5.0, 8.0, 8.5, 2.0 y 5.5. Calcule la media aritmética y la mediana de las notas de la clase.

7. En la clase de estadística Pablo ha obtenido tres calificaciones con diferentes ponderaciones. Las 2 tareas integradoras tienen un valor de 20% y 20% respectivamente, y el examen de 60%; las calificaciones respectivas son de 6.4, 9.2 y 7.3. Calcule su media ponderada.

8. Una agencia de viajes tramita durante 5 semanas los siguientes viajes: 20, 73, 75, 80, 82. Calcule la media aritmética y la mediana.

9. Las ventas de aceite comestible de litro en un micro mercado durante la semana fueron las siguientes: 40, 55, 62, 43, 50, 60, 65. Calcule la media aritmética y la mediana

10. La ponderación de los exámenes de inglés en un curso internacional son 25%, 35% y 40%. Si un estudiante obtuvo 7, 5 y 9 respectivamente, calcular la media ponderada

3.8.4. La varianza

La varianza es una medida de dispersión; es un promedio de los cuadrados de las diferencias de cada uno de los datos respecto a la media aritmética. Sirve de base para el cálculo de otros parámetros estadísticos muy importantes en la investigación.

Su fórmula es $\vartheta^2 = \frac{\sum(X_i - \mu)^2}{N}$,si se va a calcular sobre la población entera, y,

$\vartheta^2 = \frac{\sum(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$, si se calcula sobre una muestra.

Ejemplo: Calcular la varianza para la siguiente serie de datos: 12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5.

Primeramente, se obtiene la media aritmética, que en este caso es 9,5

Ahora se resta cada uno de los datos con la media aritmética.

$$
\begin{array}{rcccr}
12 & - & 9,5 & = & 2,5 \\
6 & - & 9,5 & = & -3,5 \\
7 & - & 9,5 & = & -2,5 \\
3 & - & 9,5 & = & -6,5 \\
15 & - & 9,5 & = & 5,5 \\
10 & - & 9,5 & = & 0,5 \\
18 & - & 9,5 & = & 8,5 \\
5 & - & 9,5 & = & -4,5
\end{array}
$$

Se eleva al cuadrado cada una de las diferencias

$$
\begin{array}{rcr}
(2,5)^2 & = & 6,25 \\
(-3,5)^2 & = & 12,25 \\
(-2,5)^2 & = & 6,25 \\
(-6,5)^2 & = & 42,25 \\
(5,5)^2 & = & 30,25 \\
(0,5)^2 & = & 0,25 \\
(8,5)^2 & = & 72,25 \\
(-4,5)^2 & = & 20,25
\end{array}
$$

Se obtiene la media aritmética de los cuadrados obtenidos y ese valor será la varianza.

$$\vartheta^2 = \frac{190}{8} \qquad \vartheta^2 = 23,75$$

3.8.5. La desviación estándar

Es la medida de dispersión más común, indica qué tan dispersos están los datos y qué tan alejados se encuentran estos datos de la media. Se representa con la letra sigma y se obtiene simplemente extrayendo la raíz cuadrad a la varianza.

En una distribución normal, dentro de las tres primeras deviaciones estándar, tanto para la derecha como para la izquierda de la media, se encuentran ubicados prácticamente la totalidad de los datos (99,7%), por lo tanto, no es confiable un promedio si la desviación estándar tiene una gran medida. Para entender mejor este concepto, calcularemos la desviación estándar con los datos del ejercicio anterior.

$$\vartheta^2 = 23{,}75$$

$$\vartheta = \sqrt{23{,}75}$$

$$\vartheta = 4{,}47$$

Cuestionario

1. La masa corporal en kg de los trabajadores de una microempresa es:

   a. Cuantitativa, continua, de intervalo
   b. Cualitativa, nominal
   c. Cuantitativa, discreta, de razón
   d. Cuantitativa, continua, de razón

2. Una variable estadística es:

   a. Una muestra representativa de una población o muestra
   b. Una característica observable y medible en una población o muestra
   c. Un parámetro que se debe observar y medir
   d. Un aspecto de la población que tiene variabilidad

3. Seleccione el resultado de la sumatoria $\sum_{i=5}^{16} i - \sum_{i=2}^{10} i$

   a. 64
   b. 72
   c. 90
   d. 81

4. Alicia obtuvo las siguientes calificaciones en Estadística 8.4, 9.1, 7.2, 6.8, 8.7, 7.8. Calcular la media aritmética simple:

   a. 7,52
   b. 8,00
   c. 7,89
   d. 8,05

5. Las temperaturas promedio en la ciudad de Quito durante todos los días del mes de junio fueron: 13°, 13°, 17°, 18°, 15°, 16°, 15°, 11°, 12°, 15°, 11°, 18°, 17°, 11°, 11°, 18°, 19°, 12°, 17°, 20°, 17°, 11°, 16°, 19°, 14°, 16°, 17°, 11°, 13°, 12°. ¿Cuál es su varianza?

   a. 3,16°

b. 2,07º

c. 2,84º

d. 3,95º

6. Se midieron las estaturas en centímetros a una muestra de 35 estudiantes de la carrera de administración. Calcule la varianza muestral si las mediciones fueron las siguientes: 167, 161, 161, 169, 176, 158, 172, 164, 169, 171, 159, 173, 162, 163, 176, 174, 160, 161, 157, 159, 159, 175, 168, 176, 166, 173, 165, 166, 176, 178, 158, 168, 173, 176, 163. Determine la desviación típica.

   a. 6,58 cm.

   b. 5,49 cm.

   c. 7,12 cm.

   d. 4,92 cm.

7. Las edades en años de 25 trabajadores de una fábrica de calzado son: 29, 58, 51, 53, 40, 46, 5 8, 47, 24, 48, 52, 24, 44, 55, 43, 24, 28, 24, 33, 27, 49, 58, 23, 31, 57. ¿Cuál es la mediana de los datos?

   a. 44

   b. 47

   c. 39

   d. 42

8. Si las calificaciones promedio obtenidas por Ismael sobre 50 puntos fueron: 46, 35 y 27 pero tienen pesos del 20%, 30% y 50%. ¿Aprueba la signatura?; ¿Por qué?

a. Sí porque su promedio ponderado es 35,33

b. No porque su promedio ponderado es 33,50

c. Sí porque su promedio ponderado es 71,20

d. No porque su promedio ponderado es 32,40

9. ¿Cuál de las siguientes expresiones es incorrecta?

a. La media aritmética indica el punto medio de todos los datos cuantitativos recopilados

b. Un estadístico es un parámetro aplicado a la muestra

c. La muestra es un subconjunto representativo de la población

d. La varianza es la raíz cuadrada de la desviación estándar.

10. ¿Cuál es el procedimiento para determinar la mediana?

a. Eliminar los datos que estén por sobre o debajo del valor medio

b. Ubicar en orden alfabético y encontrar el punto medio

c. Ubicar de mayor a menor y seleccionar el dato que está en el medio

d. Sumar todos los valores y dividir para el número de valores.

Resultado de Aprendizaje 4

Realizar procesos investigativos para recoger información, procesarla numéricamente por medio de estadísticos establecidos y obtener conclusiones sustentables.

Unidad 4. Parámetros estadísticos.

Parámetros y estadísticos para agrupación simple

4. Medidas de posición y dispersión

4.1. Coeficiente de variación.

Considerando el ejercicio de la unidad anterior en el que la media aritmética es 9.5 y la desviación estándar es 4.47, resulta que, relacionando los dos valores, la desviación típica es más del 51% de la media; para ser más precisos, se dividirá la desviación estándar para la media aritmética; así:

$$CV = \frac{\vartheta}{\mu} \qquad CV = \frac{4{,}47}{9{,}5} \qquad CV = 0{,}51$$

Una desviación tan alta significa que existen datos muy alejados de la media y puede llegar a deslegitimar las conclusiones del estudio.

Al cociente obtenido al dividir la desviación estándar para la media aritmética, se lo conoce con el nombre de ***coeficiente de variación***, que es una medida relativa

4.2. Sesgo

El sesgo en estadística muestra la forma en la que están distribuyen los datos respecto a la media; es decir, que puede ocurrir que el mato mayor se encuentre muy alejado de la media mientras el menor de los datos sea cercano a éste o viceversa, y en ese caso el valor promedio será menos representativo de la población.

El sesgo puede clasificarse en:

4.2.1. El sesgo de selección.

Cuando se elige la muestra sin criterios técnicos u objetivos y se consideren aspectos como la afinidad o intereses creados

4.2.2. Sesgo de información.

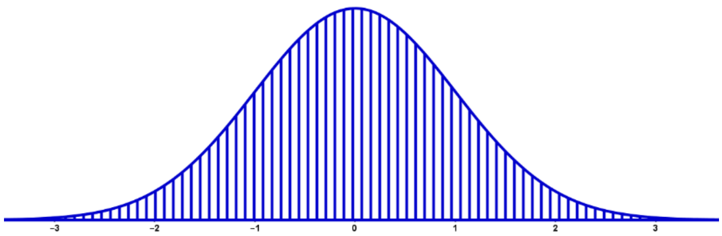
Cuando los datos que se van a utilizar en el análisis estadístico no sean los suficientes.

4.2.3. Sesgo de confusión.

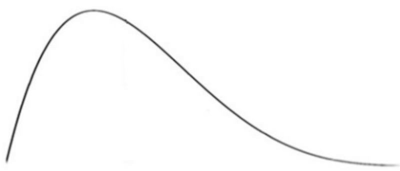
En este caso existe una variable llamada así, de confusión, que es la que provoca el sesgo. Suele ser difícil encontrar dónde está el problema.

4.2.4. Coeficiente de asimetría de Fisher.

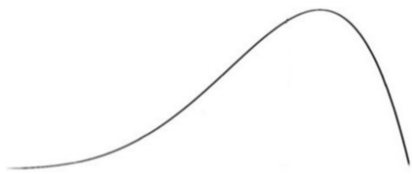
Si las frecuencias del conjunto de datos se distribuyen normalmente, forman una especie de campana simétrica, esto significa que existe igual distancia entre los datos centrales y sus extremos mayor y menor, tal como se muestra en la figura.



Sin embargo, en muchas ocasiones, la distancia entre el centro de los datos y su valor extremo mayor, puede ser distinta a la del mismo centro y su valor extremo menor, generándose curvas asimétricas, lo que demuestra que existe un sesgo sea positivo o negativo, tal como se muestra en las figuras.



Asimétrica a la derecha (sesgo positivo)



Asimétrica a la izquierda (sesgo negativo)

Para determinar el sesgo en los datos, se utiliza el coeficiente de asimetría de Fisher, cuya fórmula se muestra a continuación.

$$g_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^3}{ns^3}$$

Donde:

n = tamaño de la muestra

$\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}}$ = valor da cada una de las observaciones

x = media aritmética

s = desviación estándar de los datos.

Un coeficiente positivo, indica que existe asimetría hacia la derecha. Si el coeficiente es negativo, existe asimetría hacia la izquierda. Si el coeficientre es exactamente cero, significa que no existe asimetría.

Ejemplo:

Calcular el coeficiente de asimetría de Fisher con los siguientes datos:

13404, 13443, 13445, 13447, 13449, 13450, 13453, 13455, 13457, 13460, 13465

La media aritmética es 13448

Su desviación estándar es: 15,26732

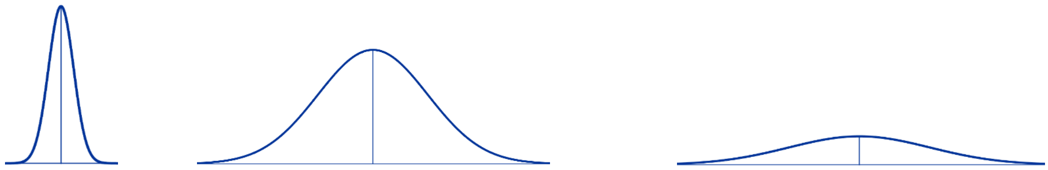
N°	x_i		$(x_i - \bar{x})^3$
1	13404	-44	-85184
2	13443	-5	-125
3	13445	-3	-27
4	13447	-1	-1
5	13449	1	1
6	13450	2	8
7	13453	5	125
8	13455	7	343
9	13457	9	729
10	13460	12	1728
11	13465	17	4913
TOTAL	11		-77490

$$g_1 = \frac{-77490}{11 \cdot 15{,}2673^3} = -1{,}979543$$

Puesto que el coeficiente es negativo, se concluye que la distribución es asimétrica hacia la izquierda.

4.3. La curtosis.

También conocida como medida de apuntamiento, determina si los datos tienen mayor o la mayor o menor concentración de frecuencias alrededor de la media, así, si los datos están concentrados muy cerca de la media, la curva es más apuntada y se llama leptocúrtica, si los datos se distribuyen normalmente alrededor de la media, la curva es mesocúrtica y si los datos se alejan mucho de la media, la curva es aplanada y se llama platicúrtica. Sus representaciones gráficas son las siguientes:



Leptocúrtica ***Mesocúrtica*** ***Platicúrtica***

La fórmula para el cálculo de la curtosis es:

$$g_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^4}{ns^4} - 3$$

Ejemplo. En el ejercicio anterior, cuya media aritmética es 13448 y desviación estándar igual a 15,26732, la curtosis se calcularía de la siguiente manera:

N°	x_i		$\left(x_i - \overline{x}\right)^4$
1	13404	-44	3748096
2	13443	-5	625
3	13445	-3	81
4	13447	-1	1
5	13449	1	1
6	13450	2	16
7	13453	5	625
8	13455	7	2401
9	13457	9	6561
10	13460	12	20736
11	13465	17	83521
TOTAL	**11**		**3862664**

$$g_2 = \frac{3862664}{1\ \times 15{,}26732^4} - 3$$

$$g_2 = 3{,}4631402$$

La curtosis es positiva, lo que significa que la curva es leptocúrtica, es decir, los datos alrededor de la media están muy cercanos.

4.4. Los cuantiles

Los cuantiles que dividen los datos en intervalos iguales. Los más importantes son:

4.4.1. Mediana.

Es un valor intermedio y divide a los datos en dos partes iguales.

$$\begin{cases} \text{impar : la mediana está en el lugar } \dfrac{n+1}{2} \\ \text{par : la mediana se ubica entre los datos } \dfrac{n}{2} \text{ y } \dfrac{n}{2}+1 \end{cases}$$

Ejemplo: obtener la mediana de las calificaciones de estadística de 20 estudiantes.

5, 5, 8, 7, 9, 10, 7, 6, 8, 7, 8, 9, 10, 10, 8, 7, 6, 5, 9, 6

Como el número de valores es par (20), se ordenan de forma ascendente o descendente y se determinan las ubicaciones de los dos datos centrales, en este caso, 20/2 = 10 y el siguiente que sería el onceavo y se obtiene el promedio de ambos.

5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, **7, 8, 8**, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10

Como los dos datos centrales son iguales (8), entonces, su promedio es el mismo y en consecuencia, la **mediana** del conjunto de datos es 8.

4.4.2. Cuartiles

Son tres valores intermedios que dividen a la población en cuatro intervalos iguales. Para su cálculo se utiliza $(N+1)/4$ y $3(N+1)/4$. Si el resultado

es un decimal, se utilizará $Q_1 = x_i + d(x_{i+1} - x_i)$ para determinar el valor del cuartil.

Así, en el ejemplo anterior se procede de la siguiente manera.

5, 5, 5, 6, **6, 6**, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, **9, 9**, 9, 10, 10, 10

Como hay 20 datos, para ubicar el cuartil 1 se aplica la fórmula:

$(20+1)/4 = 5{,}25$. Si resulta un decimal, aplicamos: $Q_1 = x_i + d(x_{i+1} - x_i)$

$$Q_1 = 6 + 0{,}25(6-6)$$

$$Q_1 = 6$$

$3(20+1)/4 = 15{,}75$ que también es un decimal y entonces aplicamos:

$$Q_3 = 9 + 0{,}25(9-9)$$

$$Q_3 = 9$$

4.4.3. Quintiles.

Son cuatro y dividen a la población en cinco intervalos de igual tamaño y la fórmula para el cálculo de los quintiles es $\frac{k(n+1)}{5}$ y al igual que los cuartiles, si resulta un decimal, se debe aplicar $K = x_i + d(x_{i+1} - x_i)$. Así, con los datos planteados vamos a determinar el valor del tercer quintil.

5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, **8, 8**, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10

$$\frac{3(20+1)}{5} = 12{,}6$$

En vista de que la respuesta es decimal, aplicamos $K_3 = 8 + 0{,}6(8-8)$

Entonces, $K_3 = 8$

4.4.4. Deciles.

Son nueve y dividen a la población en 10 intervalos iguales. Sus fórmulas son $\frac{k(n+1)}{10}$ y $K = x_i + d(x_{i+1} - x_i)$ si resulta decimal.

5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, **8, 9**, 9, 9, 10, 10, 10

Con los mismos datos, se determinará el decil siete.

$$\frac{7(20+1)}{10} = 14{,}7$$

Como se observa, está ubicado entre los valores 14 y 15, entonces procedemos con el cálculo. $D_7 = 8 + 0{,}7(9-8)$, de esta manera se determina que D_7 = 14,7

4.4.5. Percentiles.

Son 99 y dividen a la población en 100 intervalos de igual tamaño, para lo cual, su fórmula sería $\frac{k(n+1)}{100}$.

Ejemplo. Determinar el percentil 84 con los datos anteriores.

5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, **9, 10**, 10, 10

$$\frac{84(20+1)}{100} = 17{,}64$$

Luego se procede con $C_{84} = 9 + 0{,}64(10-9)$

$C_{84} = 9{,}64$

4.5. Datos agrupados

Cuando el número de datos es considerable, se dificulta analizarlos individualmente y entonces se los agrupa de acuerdo a su valor y se cuenta la frecuencia con la que se repite cada uno de ellos. Así, a los datos 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10, se los agrupa de la siguiente manera:

N°	CATE-GORÍAS	frecuencia absoluta (*f*)	frecuencia relativa (*fr*)	%
1	5	3	0,15	15%
2	6	3	0,15	15%
3	7	4	0,2	20%
4	8	4	0,2	20%
5	9	3	0,15	15%
6	10	3	0,15	15%
		20	1	100%

Como se observa, se formaron seis categorías de números y cada una se repite varias veces, a esta repetición de un mismo dato se le conoce como frecuencia absoluta y se representa con la letra *f*. Esta información se ubica en la denominada ***"tabla de distribución de frecuencias simples"***, en la que también se ubican la frecuencia relativa que es la fracción del grupo entero al que representa el dato y además se ubica también el porcentaje que es la proporción en relación al 100 al que representa cada dato; en otras palabras, partimos al grupo entero en cien partes iguales, y de ellas tomamos algunas.

4.6. Agrupación por intervalos.

Cuando el número de observaciones de una variable cuantitativa es considerable y además sus valores son muy diversos, se tornaría un trabajo tedioso y poco fructífero generar categorías simples y entonces se recurre a la ***tabla de distribución de frecuencias con intervalos de clase***, que no es más que la formación de grupos de datos en intervalos iguales. Para ello, necesitamos calcular el ***"rango"***, que es la diferencia entre los valores más alto y más bajo de los datos, luego se calcula la ***"amplitud de cada intervalo"*** que es la distancia que se genera entre los valores más alto y más bajo de cada intervalo, y para ello, se divide el rango para el número de intervalos (categorías) que haya decidido hacer el investigador y se redondea al inmediato superior, aunque el decimal sea menor que 5.

El número de intervalos (categorías) cuando se trata de variables cuantitativas, no es una camisa de fuerza y depende mucho del criterio del investigador, aunque hay algunas fórmulas que sugieren ese número como:

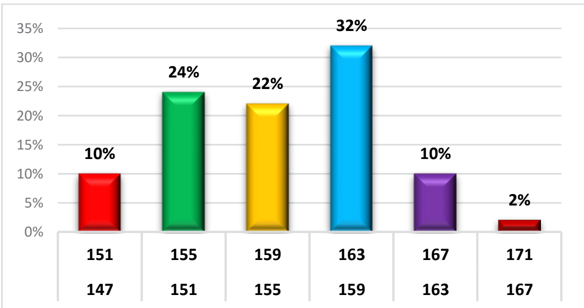
$\mathbf{1.32} \times \log(N)$ o $\sqrt{N}$ **.**

Ejemplo, con siguiente grupo de números, corresponde a las masas corporales de 50 empleados en una empresa. Elabore la tabla de distribución de frecuencias con intervalos.

156, 159, 163, 162, 165, 161, 159, 151, 162, 162, 153, 149, 157, 154, 153, 159, 158, 157, 147, 164, 155, 159, 153, 156, 153, 147, 157, 160, 154, 156, 150, 162, 159, 162, 154, 168, 152, 162, 162, 149, 165, 153, 159, 156, 154, 158, 152, 163, 156, 162

1. Rango (R) = Valor más alto es 168, el menor es 147 y su diferencia (***rango***) es 21
2. Se elaborarán 6 intervalos (nº elegido arbitrariamente por el investigador)
3. Amplitud de cada intervalo: $i = \frac{R}{m}$, $i = \frac{21}{6}$, $i = 3.5$, $i = 4$

N°	Intervalos	*f*	*fr*	*fa*	%
1	147 – 151	5	0,1	5	10%
2	151 – 155	12	0,24	17	24%
3	155 – 159	11	0,22	28	22%
4	159 – 163	16	0,32	44	32%
5	163 – 167	5	0,1	49	10%
6	167 – 171	1	0,02	50	2%
		50	**1**		**100%**



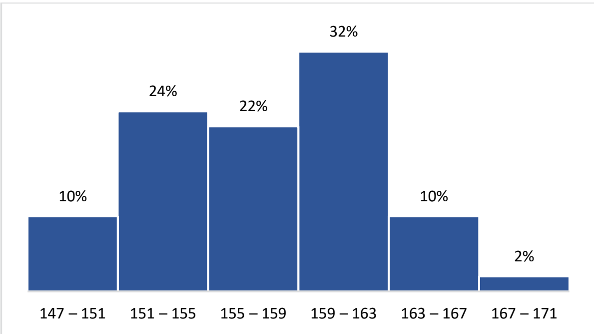
Interpretación: como se observa, la gran mayoría de los encuestados tiene una masa corporal que oscila entre las 151 y 163 libras, evidenciando que se encuentran todavía dentro de los límites saludables.

Las dimensiones de las barras del gráfico son proporcionales a sus frecuencias, así mismo, si se decide elaborar una gráfica de sectores circulares, las medidas angulares de cada sector, son proporcionales a su frecuencia o porcentaje.

Histogramas

Expresa el comportamiento de los datos continuos y poder comprobar si los datos se distribuyen de manera normal o no. A continuación se presenta el histograma de los datos del anterior ejercicio.

Polígonos de frecuencias



Pasteles.

La gráfica de sectores circulares es una de las más utilizadas para la representación de datos estadísticos, de manera especial cuando se trata de datos cualitativos. En él, cada sector representa a una de las categorías de la variable. Es muy fácil de interpretar

Actividad calificada

Diseñar una encuesta en línea con un mínimo de 10 ítems y aplicarla a 30 personas o más y elaborar las tablas de distribución de frecuencias con los datos obtenidos

Cuestionario

1. El coordinador de transporte del municipio, realiza un estudio sobre la velocidad a la que los conductores manejan en el centro de la ciudad. A continuación, se muestran las velocidades de 50 conductores, a los que se les aplicó aleatoriamente el lector de velocidad en km/h.

15, 32, 45, 46, 42, 39, 68, 47, 18, 31, 48, 49, 56, 52, 39, 48, 69, 61, 44, 42, 38, 52, 55, 58, 62, 58, 48, 56, 58, 48, 47, 52, 37, 64, 29, 55, 38, 29, 62, 49, 69, 18, 61, 55, 49, 60, 52, 51, 61, 66

Si se hace una tabla de distribución de frecuencias con 7 intervalos: ¿Qué porcentaje corresponde al cuarto intervalo?

26%

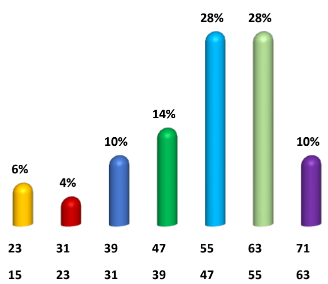
14%

28%

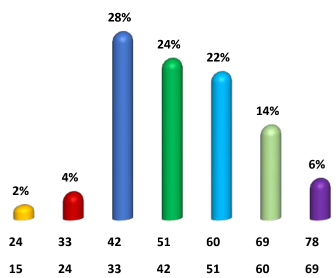
10%

Seleccione la gráfica que corresponde a los datos.

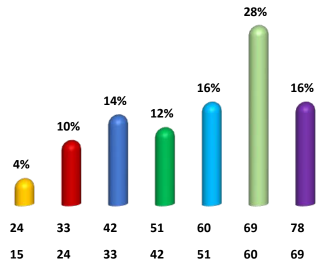
a)



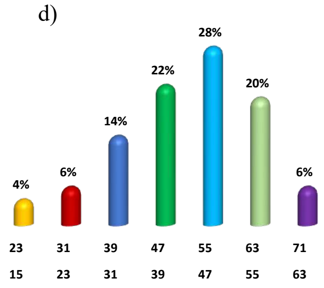
b)



c)



d)



2. El GAD provincial realiza una encuesta a una muestra de 50 familias sobre el número de hijos que tienen con el fin de determinar la variación en la densidad demográfica, con respecto a años anteriores, obteniendo los siguientes resultados:

0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 6

Encuentre:

2.1. Cuartil 3

a. 3
b. 3,25
c. 3,75
d. 4

2.2. Decil 8

a. 3,9
b. 4
c. 4,9
d. 5

2.3. Percentil 84

a. 4,84

b. 4

c. 3,84

d. 3

2.4. Coeficiente de asimetría

a. 0,75

b. 0,37

c. 0,63

d. 0,42

2.4. La curtosis

a. 1,62

b. 0,96

c. 1,07

d. 1,28

4.7. Parámetros estadísticos para datos agrupados en intervalos de clase

4.7.1. Media aritmética en datos agrupados en intervalos

Para obtener la media aritmética para datos agrupado se multiplica la marca de clase (punto medio de cada intervalo) por su correspondiente frecuencia absoluta, se sumas esos productos y se divide para el número de datos, ejemplo.

Los datos que se presentan a continuación corresponden a las masas corporales medidas en Kg. de ochenta estudiantes del tecnológico Pichincha.

60, 66, 77, 70, 66, 68, 57, 70, 66, 52, 75, 65, 69, 71, 58, 66, 67, 74, 61, 63, 69, 80, 59, 66, 70, 67, 78, 75, 64, 71, 81, 62, 64, 69, 68, 72, 83, 56, 65, 74, 67, 54, 65, 65, 69, 61, 67, 73, 57, 62, 67, 68, 63, 67, 71, 68, 76, 61, 62, 63, 76, 61, 67, 67, 64, 72, 64, 73, 79, 58, 67, 71, 68, 59, 69, 70, 66, 62, 63, 66

Agrupar los datos en intervalos y encuentre la media aritmética.

N°	Masas	f	fr	%	X_m	fX_m
1	52 – 58	5	0,06	6%	55	275
2	58 – 64	17	0,21	21%	61	1037
3	64 – 70	34	0,43	43%	67	2278
4	70 – 76	16	0,20	20%	73	1168
5	76 – 82	7	0,09	9%	79	553
6	82 – 88	1	0,01	1%	85	85
		80	**1**	**100%**		**5396**

$$\overline{X} = \frac{\sum fX_m}{N}$$

$$\overline{X} = \frac{5396}{80}$$

$$\overline{X} = 67{,}45 \text{ kg}$$

4.7.2. La varianza para datos agrupados con intervalos

Se divide la sumatoria de los cuadrados de las diferencias entre la media aritmética y la marca de clase para el número de datos.

N°	Masas	f	fr	%	X_m	fX_m	$f(X_m - \overline{X})^2$
1	52 – 58	5	0,06	6%	55	275	775,0125
2	58 – 64	17	0,21	21%	61	1037	707,2425
3	64 – 70	34	0,43	43%	67	2278	6,885
4	70 – 76	16	0,20	20%	73	1168	492,84
5	76 – 82	7	0,09	9%	79	553	933,8175
6	82 – 88	1	0,01	1%	85	85	308,0025
		80	**1**	**100%**		**5396**	**3223,8**

$$\vartheta^2 = \frac{3223{,}8}{80}$$

$$\vartheta^2 = 40{,}30$$

4.7.2. La desviación estándar para datos agrupados con intervalos

De la misma manera que con los datos simples, la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza

$$\vartheta = \sqrt{40,30}$$

$$\vartheta = 6,35$$

4.7.4 El coeficiente de variación para datos agrupados con intervalos

Es la razón entre la desviación estándar y la media aritmética.

$$CV = \frac{\vartheta}{\overline{X}}$$

$$CV = \frac{6,35}{67,45}$$

$$CV = 0,094$$

4.7.5. Coeficiente de asimetría de Fisher para datos agrupados con intervalos.

La diferencia respecto al mismo parámetro calculado con frecuencias simples, es que se usa la marca de clase da cada intervalo (X_m) en lugar de la medición X_i. Así, con los datos del ejemplo anterior, tenemos:

$$g_1 = \frac{\sum f\left(X_m - \overline{X}\right)^3}{n\vartheta^3}$$

N°	Masas	f	fr	%	X_m	fX_m	$f\left(X_m - \overline{X}\right)^3$
1	52 – 58	5	0,06	6%	55	275	-9648,90563
2	58 – 64	17	0,21	21%	61	1037	-4561,71413
3	64 – 70	34	0,43	43%	67	2278	-3,09825
4	70 – 76	16	0,20	20%	73	1168	2735,262
5	76 – 82	7	0,09	9%	79	553	10785,5921
6	82 – 88	1	0,01	1%	85	85	5405,44388
		80	**1**	**100%**		**5396**	**4712,6**

$$g_1 = \frac{3223{,}8}{80 \times 6{,}35^3}$$

$$g_1 = 0{,}2303$$

Existe un ligero sesgo hacia la derecha.

4.7.6. La curtosis para datos agrupados en intervalos de clase

$$g_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^4}{ns^4} - 3$$

$$g_2 = -\,0{,}0428$$

En razón de que el valor de la curtosis en bajo y negativo, se concluye que la distribución de frecuencias es ligeramente platicúrtica.

4.7.7. La moda para datos agrupados con intervalos

En sentido estricto, la moda es el valor del dato que tiene mayor frecuencia absoluta, o en términos sencillos; es el valor que más se repite, pero al tratarse de tablas con intervalos, no se puede determinar un solo valor, puesto que cada uno de ellos comprende más de un valor distinto; entonces, se procede a elegir el intervalo que tiene la mayor frecuencia absoluta y a calcular la moda con la siguiente fórmula:

$$Mo = Li + \frac{f - f_{(-1)}}{\left(f - f_{(-1)}\right) + \left(f - f_{(+1)}\right)} \cdot i \text{, donde:}$$

Li = límite inferior de la clase modal; en otras palabras, el límite inferior del intervalo que tenga mayor frecuencia absoluta.

f = frecuencia absoluta del intervalo seleccionado

$f_{(-1)}$ = frecuencia absoluta anterior al de la clase modal

$f_{(+1)}$ = frecuencia absoluta posterior al de la clase modal

i = amplitud del intervalo

Siguiendo con el ejemplo anterior, tenemos.

N°	Masas	*f*	*fr*	%	X_m	fX_m	*fi*
1	52 – 58	5	0,06	6%	55	275	5
2	58 – 64	17	0,21	21%	61	1037	22
3	64 – 70	34	0,43	43%	67	2278	56
4	70 – 76	16	0,20	20%	73	1168	72
5	76 – 82	7	0,09	9%	79	553	79
6	82 – 88	1	0,01	1%	85	85	80
		80	**1**	**100%**		**5396**	

$$Mo = 64 + \frac{34-17}{(34-17)+(34-16)} \cdot 6$$

$$Mo = 66{,}91$$

4.7.8. Mediana para datos agrupados en intervalos de clase.

Se selecciona el intervalo en donde se ubica el dato intermedio; para ello se busca en la columna de las frecuencias acumuladas y se aplica la fórmula:

$$Me = Li + \frac{\frac{n}{2} - f_{am}}{f} \cdot i$$ donde:

Li = Límite inferior da la clase en donde se ubica el dato $n/2$

n = número de datos

f_{am} = frecuencia acumulada menor, es decir, en la columna de las frecuencias acumuladas, se selecciona la anterior a la del intervalo que se seleccionó anteriormente.

f = Frecuencia absoluta del intervalo seleccionado

i = amplitud de cada intervalo

En el ejemplo anterior, tenemos:

N°	Masas	f	fr	%	X_m	fX_m	fi
1	52 – 58	5	0,06	6%	55	275	5
2	58 – 64	17	0,21	21%	61	1037	22
3	64 – 70	34	0,43	43%	67	2278	56
4	70 – 76	16	0,20	20%	73	1168	72
5	76 – 82	7	0,09	9%	79	553	79
6	82 – 88	1	0,01	1%	85	85	80
		80	**1**	**100%**		**5396**	

$$Me = 64 + \frac{\frac{80}{2} - 22}{34} \cdot 6$$

$$Me = 67{,}18$$

4.7.9. Los cuantiles para datos agrupados en intervalos de clase.

El procedimiento para el cálculo de todos los cuantiles es similar al que se realizó con la mediana, utilizando las fórmulas, según el cuantil que se necesite. Así:

Cuartiles: $$Q_k = Li + \frac{\frac{kn}{4} - f_{am}}{f} \cdot i$$

Deciles: $$D_k = Li + \frac{\frac{kn}{10} - f_{am}}{f} \cdot i$$

Percentiles: $$P_k = Li + \frac{\frac{kn}{100} - f_{am}}{f} \cdot i$$

Con los datos anteriores, calcular el percentil 93

N°	Masas	f	fr	%	X_m	fX_m	fi
1	52 – 58	5	0,06	6%	55	275	5
2	58 – 64	17	0,21	21%	61	1037	22
3	64 – 70	34	0,43	43%	67	2278	56
4	70 – 76	16	0,20	20%	73	1168	72
5	76 – 82	7	0,09	9%	79	553	79
6	82 – 88	1	0,01	1%	85	85	80
		80	**1**	**100%**		**5396**	

Primeramente, calcular $\frac{kn}{100}$ para determinar el intervalo con el que se va a trabajar.

$$\frac{(93)(80)}{100} = 74{,}4$$

Ubicamos el intervalo en donde se ubica el dato n° 74

$$P_{93} = 76 + \frac{74{,}4 - 72}{7} \times 6$$

$$P_{93} = 78{,}06$$

4.7.10. Puntuaciones tipificadas.

La puntuación típica "z", determina el número de desviaciones estándar que algún punto X_i se desvía de la media.

Su fórmula de cálculo es $z = \frac{Xi - \overline{X}}{\vartheta}$

4.7.11. La distribución normal

Es una función que permite calcular la probabilidad de que un valor de la variable *X*, se encuentre dentro de un intervalo (a, b), tiene forma acampanada y se la conoce también como campana de Gauss. Se la usa para realizar inferencias estadísticas, una vez conocidas la media aritmética y la desviación estándar.

Las inferencias estadísticas realizadas con este medio, ayudan en la toma de decisiones bajo condiciones de incertidumbre y tiene aplicación en muchos escenarios y campos de la vida real.

Propiedades de la distribución normal

- La distribución normal tiene forma de campana.
- El área bajo la curva o la probabilidad desde menos infinito a más infinito vale 1.
- La distribución normal es simétrica, es decir cada mitad de curva tiene un área de 0,5.
- La escala horizontal de la curva se mide en desviaciones estándar.

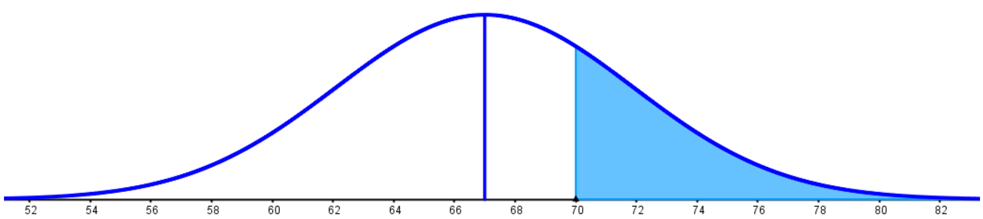
Fórmulas para la distribución normal:

$$Z = \frac{X - \mu}{\vartheta} \qquad \vartheta = \frac{X - \mu}{Z} \qquad X = \vartheta Z + \mu \qquad \mu = X - \vartheta Z$$

$$\mu = Np \qquad \vartheta = \sqrt{Npq}$$

Ejemplos de distribución normal resueltos

1. Los resultados de un examen de ingreso a la universidad, siguen una distribución normal con media 67 y varianza 24 ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que se presenta el examen obtenga una calificación superior a 70?



$$z=\frac{X-\mu}{\vartheta} \qquad z=\frac{70-67}{\sqrt{24}} \qquad z=0{,}6124 \qquad P=0{,}2701$$

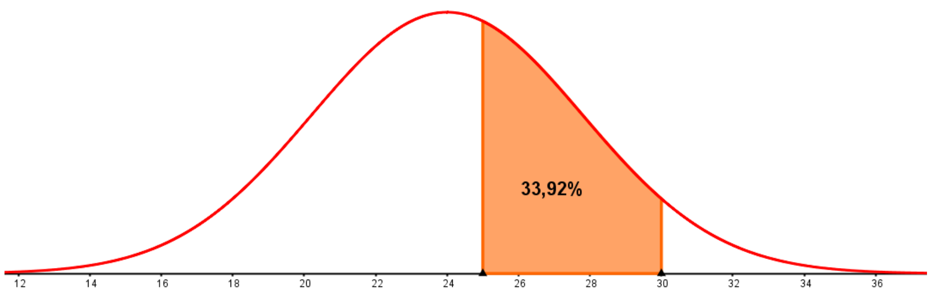
2. Un estudio ha mostrado que, en una institución de educación superior, el 40% de los estudiantes tienen automóvil. Se elige al azar una muestra de 60 estudiantes en la institución. ¿Cuál es la probabilidad de que entre 25 y 30 estudiantes tengan vehículo propio?

$$\mu=(60)(0{,}4)=24$$

$$z=\frac{25-24}{\sqrt{60(0{,}4)(0{,}6)}}=0{,}26 \qquad P=0{,}9431$$

$$z=\frac{30-24}{\sqrt{60(0{,}4)(0{,}6)}}=1{,}58 \qquad P=0{,}6039$$

$$P=(0{,}9431-0{,}6039)=0{,}3392$$



4.7.12. Problemas propuestos de distribución normal

1. El departamento de talento humano de una empresa requiere que los aspirantes a un puesto, en una prueba de aptitud alcancen una calificación mínima de 70. Si las calificaciones de la prueba se

distribuyen normalmente con media $\mu = 49$ y desviación estándar $\sigma = 3$ ¿Qué porcentaje de los solicitantes pasará la prueba?

2. Una fábrica de cerveza artesanal envasa botellas con su producto, utilizando instrumento de envasado manual. Si la cantidad de cerveza en cada botella sigue una distribución normal con media de 600 cm^3 y una varianza de 25. ¿Qué porcentaje de las botellas se llenan con agua entre 592 y 608 cm^3?

3. Los ingresos mensuales de los profesionales jóvenes se distribuyen de forma normal con un promedio de $1100 y una desviación estándar de $250. Calcular el porcentaje de profesionales que ganan:

   a) menos de $500 al mes

   b) entre $900 y $1400 al mes

   c) más de $2000 al mes

4. Un examen tiene 200 ítems de verdadero o falso y se necesitan contestar correctamente 140 o más para aprobar. Si un estudiante contesta al azar, calcule la probabilidad de que apruebe el examen.

5. El 40 % de la población de una ciudad vive en conjuntos habitacionales privados. Si se pregunta a 1500 de sus habitantes, su lugar de vivienda, calcule la probabilidad de que menos de 550 vivan en conjuntos privados.

Áreas bajo la distribución normal en hoja de cálculo.

Existen tablas que nos dan los valores aproximados de una probabilidad, una vez que se conozca el valor de la puntuación "z". A continuación, se muestra un ejemplo y su modo de uso.

Supongamos que deseamos saber la probabilidad correspondiente a una puntuación z = 0.53, se procede a buscar la décima 0,5 en la columna de la izquierda y la centésima 0,03 en la fila superior, lo que sumado será 0,53. La probabilidad correspondiente se ubica en la celda donde se cruzan los dos valores; así, la probabilidad correspondiente es 0,7019.

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	**0,7019**	0,7054	0,7088

Sin embargo, de que estas tablas son de fácil acceso, puesto que actualmente se encuentran en la web, en la actualidad, tenemos también a la mano las hojas de cálculo, que permiten obtener tanto los valores de las puntuaciones tipificadas "z", como las probabilidades de una manera más rápida y precisa. Se utilizará para ello la función:

=DISTR.NORM.ESTAND (0,53;VERDADERO)

De la misma manera, si se tiene el valor de la probabilidad y se desea obtener la puntuación tipificada "Z", se procede con el inverso de esta función.

=INV.NORM.ESTAND( )

El en paréntesis se ubica la probabilidad

Cuestionario

Las utilidades diarias en dólares de un establecimiento comercial en Quito, durante sesenta días consecutivos fueron las siguientes: 73, 82, 95, 92, 91, 64, 86, 63, 85, 96, 98, 87, 68, 99, 108, 97, 96, 71, 84, 93, 76, 62, 97, 76, 99, 91, 99, 97, 110, 101, 68, 95, 105, 99, 64, 97, 88, 106, 83, 66, 105, 102, 81, 79, 98, 108, 67, 103, 106, 95, 78, 85, 94, 85, 70, 87, 110, 104, 86, 79. Si se elaboró una tabla de frecuencias con 7 intervalos, encuentre:

1. La media aritmética para datos agrupados en intervalos

   a. 90,22
   b. 89,53
   c. 88,79
   d. 91,14

2. La desviación estándar

   a. 14,71
   b. 12,11
   c. 13,49
   d. 12,83

3. La mediana

   a. 92,69
   b. 90,31

c. 89,75

d. 91,24

4. La moda

a. 89,92

b. 91,45

c. 92,00

d. 90,00

5. El coeficiente de variación

a. 12%

b. 15%

c. 14%

d. 17%

6. El percentil 35

a. 79,15

b. 86,23

c. 85,10

d. 83,78

Los directivos de una empresa pública que tiene 1856 empleados, están preocupados por la salud de los mismos y han dispuesto que se mida la masa corporal de cada uno de ellos. Si estas medidas se pueden aproximar a una distribución normal, con una media de 73 kg y desviación estándar de 5,4 kg, determine:

7. El porcentaje de trabajadores cuya masa corporal está comprendida entre los 68 y 80 kg.

    a. 73,14%
    b. 72,53%
    c. 69,80%
    d. 71,63%

8. La probabilidad de que un empleado tenga una masa corporal mayor a 80 Kg.

    a. 9,74%
    b. 10,17%
    c. 8,96%
    d. 11,00%

El 40 % de la población de una ciudad vive en conjuntos habitacionales privados. Si se pregunta a 1500 de sus habitantes, su lugar de vivienda, calcule:

9. La probabilidad de que menos de 870 personas vivan en conjuntos privados.

a. 4,95%

b. 6,19%

c. 3,49%

d. 5,69%

10. La probabilidad de que vivan en conjuntos privados entre 885 y 925 familias

a. 69,16%

b. 48,71%

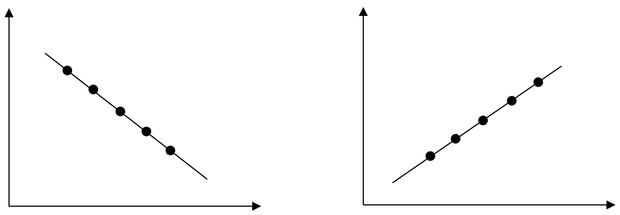
c. 72,41%

d. 57,21%

4.7.13. Modelos de regresión correlación.

La correlación mide el grado de relación que existe entre dos variables cuantitativas, mientras que la regresión lineal determina la ecuación de la recta, entorno a la que se ubican los pares de valores relacionados. Con base en estos cálculos, se puede predecir el valor de una variable a partir de otra.

El coeficiente de correlación se designa con la letra *r* y puede tomar cualquier valor entre –1.00 y +1.00. Un coeficiente de correlación de – 1.00 o de +1.00 indica correlación perfecta.



Si no existe ninguna relación entre los dos conjuntos de variables, el coeficiente ***r*** será cero. Una correlación cercana a cero significa la relación es mínima, mientras que un coeficiente cercano a uno como 0,92 o −0,92 demuestra que hay una relación muy fuerte entre los dos conjuntos de variables.

El coeficiente de correlación se calcula con la siguiente fórmula.

$$r = \frac{n\left(\sum XY\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\sqrt{\left(n\left(\Sigma X^{2}\right) - (\Sigma X)^{2}\right)\left(n\left(\Sigma Y^{2}\right) - (\Sigma Y)^{2}\right)}}$$

Donde:

n	es el número de pares de observaciones.
∑X	es la suma de las variables X.
∑Y	es la suma de las variables Y.
(∑X2)	es la suma de los cuadrados de la variable X.
(∑X)2	es la suma de las variables X elevada al cuadrado.
(∑Y2)	es la suma de los cuadrados de la variable Y.
(∑Y)2	es la suma de las variables elevada al cuadrado.
∑XY	es la suma de los productos de X y Y.

Ejemplo:

Un gran almacén vende televisores de todos tamaños. La gerencia desea saber si las llamadas telefónicas influyen significativamente en la venta de televisores. Se reúne la información sobre la relación entre el número de llamadas de venta y el número de televisores vendidos. Se realizó el estudio con una muestra aleatoria de 10 vendedores, obteniendo información que consta en la tabla sobre el número de llamadas de venta que hicieron el mes pasado y el número de televisores vendidos. Calcular el coeficiente de correlación.

Nº	Representante de ventas	Llamadas de venta (X)	Televisores vendidos (Y)	X^2	Y^2	XY
1	José Armijos	20	30	400	900	600
2	Marco Álvarez	40	60	1600	3600	2400
3	Silvia Carranza	20	40	400	1600	800
4	Martha Bayas	30	60	900	3600	1800
5	Cindy Cobos	10	30	100	900	300
6	María Jiménez	10	40	100	1600	400
7	Juan Pérez	20	40	400	1600	800
8	Pablo Paucar	20	50	400	2500	1000
9	Melisa Zambrano	20	30	400	900	600
10	Darío Zurita	30	70	900	4900	2100
	TOTAL	220	450	5600	22100	10800

$$r = \frac{10(10800) - (220)(450)}{\sqrt{\left(10(5600) - (220)^2\right)\left(10(22100) - (450)^2\right)}} = 0{,}759$$

La correlación de 0.759 es positiva, por lo que se observa que hay una relación directa fuerte entre el número de llamadas de venta y el número de televisores vendidos. Se podría afirmar entonces que un el aumento de un 40 por ciento en las llamadas llevaría, posiblemente, a un aumento de un 40 por ciento en las ventas.

4.7.14. Regresión lineal simple

Es un modelo matemático para expresar la relación entre dos variables y estimar el valor de la variable dependiente "*Y*" basándonos en el valor de la variable independiente "*X*". A la técnica que se usa para desarrollar la ecuación de la línea y hacer estas predicciones se le llama análisis de regresión.

Para el ejemplo del número de llamadas de venta y el número de televisores vendidos con una muestra de 10 vendedores, se desarrollará un modelo matemático que exprese la relación entre el número de llamadas de venta y el número de unidades vendidas. A la ecuación de la línea que se usa para estimar *Y* basándose en *X* se le llama ecuación de regresión.

4.7.15. Ecuación de regresión, Es una ecuación que define la relación entre dos variables.

Principio de los mínimos cuadrados

Este método proporciona lo que se conoce comúnmente como recta de “mejor ajuste”. Determina una ecuación de regresión minimizando la suma de los cuadrados de la distancia vertical entre el valor real de Y, y el valor predictorio de Y.

La forma general de la ecuación de regresión es $Y' = mx + b$

Donde:

- *Y’* se lee Y prima, es el valor predictorio de la variable Y para un valor de X seleccionado.
- *b* es la intersección con el eje Y. Es el valor estimado de Y cuando X = 0. Otra manera de expresar esto es: m es valor estimado de Y en donde la línea de regresión cruza el eje Y cuando X es cero.
- *m* es la pendiente de la línea, o el cambio promedio en Y’ por cada cambio en una unidad (ya sea aumentando o disminuyendo) de la variable independiente X.
- *X* es el valor que se escoge para la variable independiente.

Las fórmulas para *m* y *b* son:

Pendiente de la línea de regresión $m = \dfrac{n(\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{n(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$

Intersección con el eje y $b = \dfrac{\Sigma Y}{n} - a\dfrac{\Sigma x}{n}$

Donde:

X es un valor de la variable independiente.

Y es un valor de la variable dependiente.

n es el número de elementos en la muestra.

Retomando el problema de los televisores, se usará el método de mínimos cuadrados para expresar la relación entre las dos variables. ¿Cuál es el número esperado de venta de televisores para un empleado que hace 20 llamadas?

La ecuación de regresión es *Y'* = 1,1842X+18,9476. Si un vendedor hace 20 llamadas, puede esperar vender 42,6326 televisores, lo cual se obtiene de Y = 1,1842 (20)+18,9476.

4.7.16. Regresión potencial

La relación entre las variables se realiza mediante la función $y = ax^b$, la misma que se procede a linealizar, aplicando las propiedades de los logaritmos de la siguiente manera.

$$\log y = \log a + b \log x$$

Si se reemplazan los logaritmos por nuevas variables, tendremos, $\log y = Y'$, $\log a = A'$ y $\log x = X'$, con los que tendríamos la ecuación lineal

$$Y' = BX' + A'$$

$$B = \frac{n(\Sigma X'Y') - (\Sigma X')(\Sigma Y')}{n(\Sigma X'^2) - (\Sigma X')^2}$$

4.7.17. Regresión exponencial

La función de ajuste es $y = ae^{bx}$; $a \neq 0$. Para linealizar esta función nuevamente aplicamos logaritmos de la siguiente manera:

$$\ln y = \ln a + bx$$

Y luego, reemplazando variables será $\ln y = Y'$, $\ln a = A$ y la ecuación linealizada quedará

$$Y' = A + bx$$

4.7.18. Regresión múltiple

Se presenta cuando más de una variable independiente influyen sobre la variable dependiente y entonces su función de correspondencia es ***y = f*(*x*, *w*, *z*, ...)**

Ejemplo.

La gerencia de una importadora de electrodomésticos quiere determinar la relación entre los ingresos en cierto periodo y el número de artículos vendidos de cada línea. Línea blanca, línea marrón, motocicletas y equipos informáticos.

A continuación, se presentan los datos de las ventas del último periodo, siendo, *Y* = ingresos en miles de dólares, *X* = artículos vendidos en la línea blanca, *W* = artículos de la línea marrón y *Z* = equipos tecnológicos.

Y	*X*	*W*	*Z*
450	50	105	75
465	40	140	68
470	35	110	70
515	45	130	64
508	51	125	67
475	55	115	72
450	53	100	70
510	48	103	73
480	38	118	69
460	44	98	74

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \ldots\ldots + a_nx_n + b$$

Cuestionario nº 4

1. El gerente de una importadora recibe un embarque de 4200 piezas, necesarias para la fabricación de un artículo y se quiere evaluar la calidad de las mismas. Según informes previos, 180 piezas suelen ser defectuosas ¿Cuántas piezas se deben examinar si se considera un nivel de confianza del 96% y un error permitido del 3%?

   a. 215
   b. 184
   c. 178
   d. 190

La tabla siguiente muestra las estaturas en centímetros de una muestra de 20 padres y sus hijos mayores.

Estatura padre	178	162	182	172	177	174	179	185	173	165	167	173	171	170	168	169
Estatura hijo	180	172	177	169	185	174	177	182	172	171	175	178	167	167	173	176

Determine:

2. La estatura que tendrá un hijo mayor si su padre mide 172 cm

   a. 180 cm
   b. 172 cm
   c. 174 cm
   d. 176 cm

3. El coeficiente de correlación *r*

   a. 0,56
   b. 0,67
   c. 0,59
   d. 0,62

4. La recta de regresión

   a. $y = 0{,}508x + 86{,}90$
   b. $y = 0{,}492x + 23{,}62$
   c. $y = 0{,}539x + 91{,}27$
   d. $y = 0{,}515x + 73{,}43$

5. En una fábrica de insumos médicos generalmente el 10% de los artículos presenta algún defecto de fabricación. Se requiere realizar un control de calidad a los artículos que están listos para la venta y para ello se necesita una muestra significativa de los mismos. ¿Cuántos artículos deben ser elegidos si se desea una confianza de 97% y un error de 4%?

   a. 168
   b. 265
   c. 324
   d. 159

Referencias Bibliográficas.

Libros Base:

Barnett & Uribe (1995), ***Algebra y Geometría***, México, Mc. Graw Hill. Tomo 1 y 2. (Definiciones, ejercicios y problemas propuestos de álgebra)

Triola, Mario F (2013). Estadística, México DF, Pearson Educación. (Es un texto con ejemplos prácticos y sencillos de entender)

Complementaria:

Díaz, A (2013). Estadística aplicada a la administración y la economía, México DF.

Lind, D & Wathen, S & Marchal, W (2012). ***Estadística aplicada a los negocios y la economía***, México DF , McGraw-Hill

Santamaría, María Benigna (2012). ***La enseñanza de la Estadística y el profesor de matemática***, Saarbrücken, Académica Española

Miller, C. & Heeren, V. & Hornby, J. (2006). Matemática: Razonamiento y Aplicaciones, México, Pearson Educación

Jagdish, C. & Arya, R. (2009). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la economía, 3ra Edición, Editorial PHH.

FORMATO DE REVISIÓN DE GUÍAS GENERAL DE ESTUDIOS POR PARES ACADÉMICOS (MODALIDAD A DISTANCIA)

IDENTIFICACIÓN DE LA GUÍA GENERAL DE ESTUDIOS			
TÍTULO DE LA GUÍA GENERAL DE ESTUDIOS DE LA ASIGNATURA: MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA DEPORTIVA			
FECHA DE ENTREGA DE LA GUÍA GENERAL DE ESTUDIOS DE LA ASIGNATURA: 31/8/2023		FECHA DE ENTREGA DE LA REVISIÓN REALIZADA: 17/10/2023	
2. DATOS DEL PAR ACADÉMICO (Los siguientes datos deben ser suministrados por el para académico y son de carácter obligatorio)			
NOMBRE Y APELLIDOS: Diego Enrique Polanco Calvachi	DIRECCIÓN: Av. Buenos Aires OE1-16 y Av. 10 de agosto		TELÉFONOS; 0999216079
CORREO ELETRÓNICO: dpolanco@tecnologicopichincha.edu.ec		CIUDAD: Quito	PAÍS: Ecuador
CARGO: Docente	INSTITUCIÓN: Instituto Universitario Pichincha	ÁREAS DE INTERÉS: Tecnologías Innovación Fuente De Energías Renovables	
ÚLTIMO TÍTULO ACADÉMICO OBTENIDO: Cuarto Nivel: Magister en Pedagogía y Docencia en Innovación Educativa			Nº. DE IDENTIFICACIÓN/ PASAPORTE: 1720749892

I. INSTRUCCIONES

1. Por favor responda **todas** las preguntas de este formulario.
2. Diligencie el formulario en computador.
3. **No modifique o altere las preguntas u opciones de este formulario**. La estructura de esta evaluación está planificada y responde a las políticas de publicación de las Guías General de Estudios de la MED.
4. Una vez finalice su diligenciamiento, debe devolverlo firmado vía e-mail a la persona que lo contactó.
5. Sea claro y preciso en sus respuestas.

6. Las respuestas del aparte de la fundamentación científica deben ser detalladas.
7. **En caso de no poder cumplir con el plazo** establecido, por favor **informar oportunamente al equipo editorial de la MED.**
8. En caso de detectar plagio, citación indebida o cualquier mala práctica, por favor comuníquelo al equipo editorial.

II. La guía de aprendizaje contiene:

ASPECTOS DE ESTILO A REVISAR	SI CUMPLE	NO CUMPLE
Márgenes	OK	
Numeración de páginas	OK	
Jerarquización de títulos	OK	
Tipo de letra	OK	
No existencia de encabezados o pies de páginas	OK	
Viñetas estandarizadas	OK	
Referencias de cuadros / Gráficos	OK	
Portada en acuerdo a Manual de estilo	OK	
Índice	OK	
Estructura de la guía		
4 unidades	OK	
Resultados de aprendizaje	OK	
Autoevaluación por cada unidad	OK	
Recursos de la guía	OK	
Redacción	OK	
Ortografía	OK	
Referencia Bibliográfica Norma APA séptima edición	OK	
Informe anti-plagio	OK	

III. Fundamentación científica

ASPECTOS DE ESTILO A REVISAR	SI CUMPLE	NO CUMPLE
¿Los objetivos del texto están claramente enunciados y sustentados?	OK	
¿Utiliza una metodología adecuada para el desarrollo de los objetivos?	OK	
¿La presentación y argumentación de las ideas es coherente?	OK	
¿El manejo de conceptos, teorías y datos es preciso?	OK	
¿Existe relación entre el título, el problema, los objetivos, el marco teórico o metodológico y las conclusiones?	OK	
¿El tema es pertinente y brinda aportes a su área de conocimiento?	OK	

IV. Presentación de la información

ASPECTOS DE ESTILO A REVISAR	SI CUMPLE	NO CUMPLE
¿El autor utiliza un lenguaje claro y conciso?	OK	
¿Hay coherencia en la presentación y desarrollo de las ideas?	OK	
¿Las partes del trabajo se articulan entre sí y responden a los objetivos planteados?	OK	
¿Utiliza fuentes bibliográficas actualizadas (últimos tres años)?	OK	

¿Es adecuado el manejo del idioma por parte el autor (ortografía, redacción, sintaxis, puntuación)?	OK	
¿El texto se puede considerar original?	OK	

V. **Recomendaciones**

- Publicar sin modificaciones: X
- Publicar con modificaciones:
- No publicar:

V. **Comentarios adicionales**

El trabajo es coherente y reúne los requisitos para su publicación: X

FIRMA DEL EVALUADOR
Nombre: Msc. Diego Enrique Polanco Calvachi
ID: 1720749892

CERTIFICADO DE ANÁLISIS
magister

Guía Matematicas y Estadistica

12% Textos sospechosos

11% Similitudes
< 1% similitudes entre comillas
0% entre las fuentes mencionadas
< 1% Idiomas no reconocidos

Nombre del documento: Guía Matematicas y Estadistica.docx
ID del documento: a132281e7257cbf62c682ba2d96d459626b691dc
Tamaño del documento original: 1,34 MB

Depositante: PABLO FABIAN CARRERA TOAPANTA
Fecha de depósito: 18/3/2024
Tipo de carga: interface
fecha de fin de análisis: 18/3/2024

Número de palabras: 21.177
Número de caracteres: 123.272

Ubicación de las similitudes en el documento:

Fuentes principales detectadas

Nº	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	**proyectos.javerianacali.edu.co** | Números Reales - Operaciones de Números - http://proyectos.javerianacali.edu.co/cursos_virtuales/pregrado/matematicas_fundamentales/Nume...	7%		Palabras idénticas: **7%** (1280 palabras)
2	**estadisticasoctys.freetzi.com** http://estadisticasoctys.freetzi.com/Estadistica1/Estadisticadescriptiva/unidadiii.pdf	2%		Palabras idénticas: **2%** (389 palabras)
3	**fgsalazar.net** https://fgsalazar.net/pdf/UMG-MAT1-AULA01-2015.pdf#:~:text=El lenguaje coloquial se utiliza para ...	< 1%		Palabras idénticas: **< 1%** (141 palabras)
4	**ulum.es** | Historia de los números IV. Mayas, los matemáticos que observaban las ... https://ulum.es/historia-de-los-numeros-iv-mayas-los-matematicos-que-observaban-las-estrellas/ 2 fuentes similares	< 1%		Palabras idénticas: **< 1%** (96 palabras)
5	**Documento de otro usuario** #d913c5 El documento proviene de otro grupo	< 1%		Palabras idénticas: **< 1%** (28 palabras)

Fuentes con similitudes fortuitas

Nº	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	**Documento de otro usuario** #66c577 El documento proviene de otro grupo	< 1%		Palabras idénticas: **< 1%** (31 palabras)
2	**cd.dgb.uanl.mx** http://cd.dgb.uanl.mx/bitstream/201504211/7325/1/19510.pdf	< 1%		Palabras idénticas: **< 1%** (23 palabras)
3	**1library.co** | Proceso de Enseñanza y Aprendizaje - Dificultades en las operaciones... https://1library.co/article/proceso-enseñanza-aprendizaje-dificultades-operaciones-básicas-suma-r...	< 1%		Palabras idénticas: **< 1%** (19 palabras)
4	**PRECALCULOL (1).docx** | PRECALCULOL (1).docx #23b385 El documento proviene de mi grupo	< 1%		Palabras idénticas: **< 1%** (20 palabras)
5	**intranetua.uantof.cl** https://intranetua.uantof.cl/facultades/csbasicas/Matematicas/academicos/jreyes/DOCENCIA/APUN...	< 1%		Palabras idénticas: **< 1%** (22 palabras)

Fuente mencionada (sin similitudes detectadas)

Estas fuentes han sido citadas en el documento sin encontrar similitudes.

1 https://aulavirtual.tecnologicopichincha.edu.ec

TECNOLÓGICO
UNIVERSITARIO
PICHINCHA

Buenos Aires OE1-16 y Av. 10 de Agosto

099 516 2499

(02) 2 238 291

www.tecnologicopichincha.edu.ec

Modalidad
Distancia

ISBN: 978-9942-672-38-4

9 789942 672384