TECNOLÓGICO UNIVERSITARIO PICHINCHA

Nivel 1

Matemática para la Administración.

Guía general de estudios de la asignatura

Modalidad de Educación a Distancia
Tecnología en Administración

Autores:
Msc. Margarita Rojas
MSc. Jhonson Peralta

Periodo académico
octubre 2023 – marzo 2024

Modalidad Distancia

Matemática para la Administración
Guía general de estudios de la asignatura

© Msc. Margarita Rojas
© MSc. Jhonson Peralta

ISBN: 978-9942-8824-3-1

Edición: Julio 2024

Texto digital proporcionado por los autores.

TALLPA Publicidad Impresa - 2540 662 - 09 9561 4887
Quito - Ecuador

PRÓLOGO

Ha sido y es objetivo fundamental del instituto utilizar herramientas esenciales para que nuestros estudiantes logren alcanzar una formación integral. Bajo esta consideración ponemos a disposición estas guías de estudio que posibilitarán, sin duda, puedan organizarse para comprender el contenido de las diferentes asignaturas.

Estas guías han sido creadas por un equipo de profesionales altamente capacitados en cada asignatura, con el objetivo de convertir su proceso de aprendizaje en una experiencia enriquecedora.

Nuestros docentes han recopilado información, han sintetizado temas, organizado conceptos y aspectos relevantes para que cada guía se presente cuidadosamente elaborada para responder a la realidad actual, con contenidos actualizados y a la vanguardia del conocimiento. La didáctica empleada facilitará la comprensión y aprendizaje de cada tema, permitiéndoles avanzar de manera efectiva en su formación profesional. En la elaboración de estas guías se denota el compromiso del instituto para lograr el éxito académico.

La diagramación de estas guías ha sido pensada para ser clara y atractiva, transmitiendo los conocimientos de manera amena y accesible. Queremos que nuestros estudiantes disfruten del proceso de aprendizaje encontrando en cada página una herramienta útil que les motive a salir adelante en su camino educativo.

Estimados estudiantes: Les deseamos éxito en su recorrido académico, que el Instituto Tecnológico Universitario Pichincha estará siempre pendiente por vuestro éxito educativo.

Dr. Edgar Espinosa. MSc.
RECTOR ISTP-U

ÍNDICE

Imágenes:

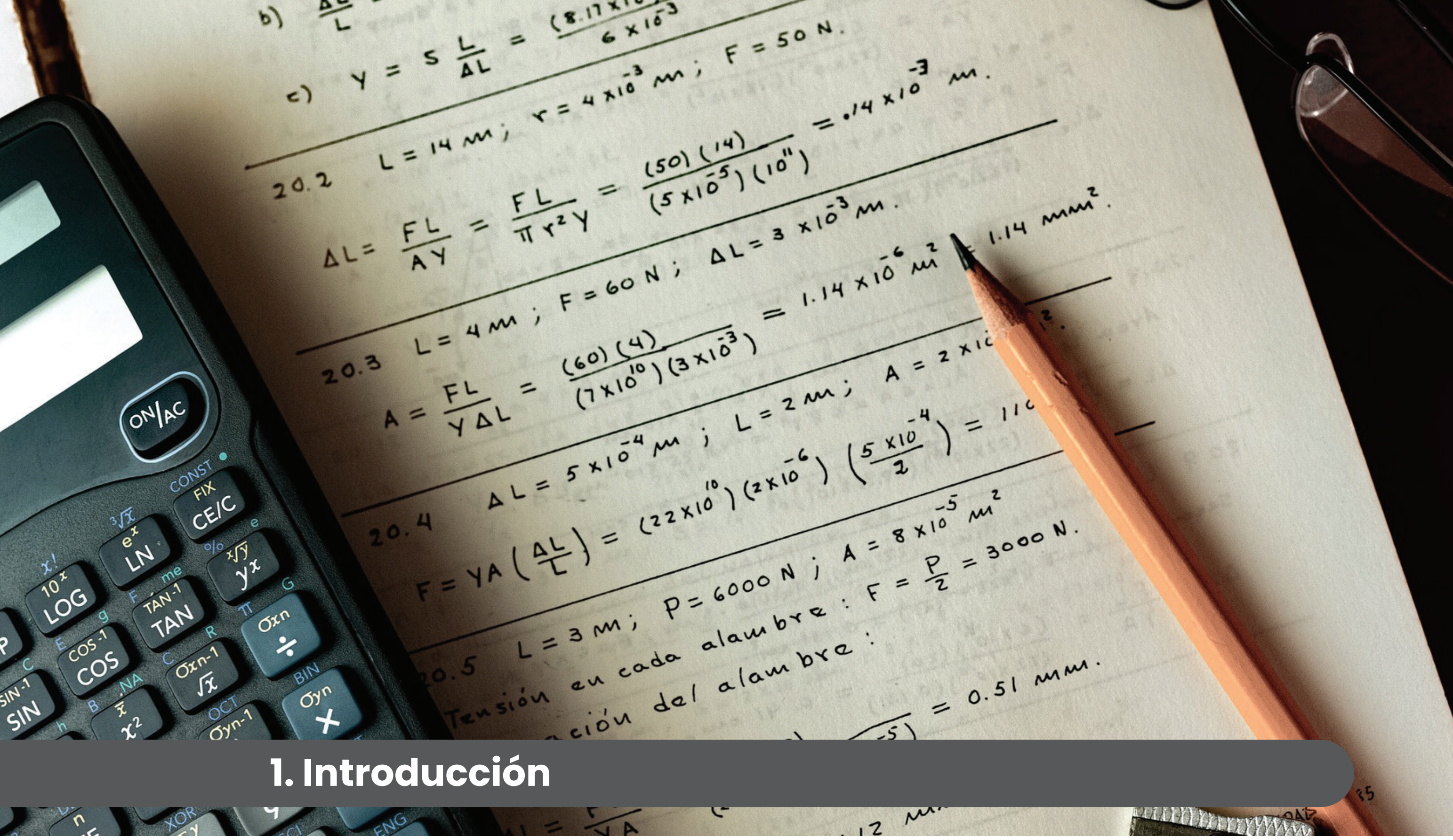
- **Fotos:**

https://pixabay.com/es/

- **Gráficos:**

https://www.freepik.com/home

https://all-free-download.com/free-vectors/



1. Introducción

Matemática para la Administración es una asignatura que forma parte del eje de Formación Básica de la carrera de Administración que tiene como propósito proporcionar a los estudiantes los fundamentos matemáticos básicos necesarios para su formación.

La matemática es una ciencia exacta que está relacionada con gran cantidad de áreas de estudio y está presente en todo lo que nos rodea. Es una asignatura muy importante para usted estimado estudiante de la carrera de Administración, porque brinda conocimientos fundamentales que aportan en la capacidad para analizar lógicamente diferentes situaciones y en la comprensión y solución de problemas. También esta asignatura propicia que se entrene en definir estrategias y en la toma de decisiones, destrezas muy valiosas para un Administrador.

La teoría matemática es muy importante para un Administrador porque se preocupa por crear modelos matemáticos capaces de simular situaciones reales en la empresa, también mediante el uso de estos modelos podemos simular situaciones futuras y evaluar la probabilidad de que suceda algún problema.

La matemática no son sólo números o problemas, es básicamente un modelo de pensar y razonar, nos permite explorar, inventar, descubrir; Algo muy importante es que la matemática es un lenguaje universal, utiliza símbolos que todos podemos comprender.

Los conocimientos adquiridos en esta asignatura serán necesarios para asegurar un aprendizaje significativo en otras asignaturas de la carrera como, Estadística, Matemática Financiera e Investigación Operativa. También se puede afirmar que su conocimiento aporta a una mejor comprensión de Contabilidad General, Contabilidad de Costos, Administración Presupuestaria y Finanzas Empresariales

La programación está dividida en 4 unidades con los correspondientes temas y subtemas necesarios para la fundamentación de la asignatura. Estos temas serán abordados en 2 bimestres, en el primer bimestre nos dedicaremos al estudio de los números reales, sus propiedades y operaciones, también veremos todo lo referente a operaciones con expresiones algebraicas. En el segundo bimestre nos dedicaremos al estudio de las ecuaciones, inecuaciones y funciones

Estimado estudiante le doy la bienvenida y le invito a comprometerse con este proceso de aprendizaje de una manera responsable, cumpliendo con todas las actividades programadas y dedicando el tiempo necesario para el estudio de la asignatura. Le deseo mucho éxito en este periodo académico.

2. Bibliografía

Básica

- **Haeussler, E.; Richard, P. y Richard, W., (2015). Matemáticas para Administración y economía. México: Pearson Educación.**

Se escogió este texto porque presenta de forma precisa los fundamentos matemáticos necesarios para estudiantes de Administración, además cuenta con un número suficiente de aplicaciones que permiten al estudiante poner en práctica los conocimientos aprendidos. Cada capítulo tiene un tema introductorio que motiva a los estudiantes y despierta en ellos el interés. También incluye al final de cada tema ejercicios propuestos y auto evaluaciones, sus respuestas se encuentran al final del texto en el solucionario, de esta manera el alumno puede medir el avance de su aprendizaje. La décima edición se encuentra actualizada

- **Rojas, M. (2021). Guía Didáctica de Matemática para la Administración. Quito, Ecuador.**

Esta Guía le apoyará en el proceso de aprendizaje, en ella usted encontrará la teoría y ejercicios de aplicación necesarios que garantizarán que usted logre aprendizajes significativos.

Complementaria

- **Jagdish, C. Ayra, W., Lardner (2015). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía, México. Pearson Educación.**

Este texto con sus ejercicios y aplicaciones constituye un buen complemento que garantizará que usted logre aprendizajes significativos

Nota: la bibliografía se completará cuando se termine el proceso de elaboración de la guía

3. Orientaciones generales para el estudio

Estimado(a) estudiante a continuación le detallo algunos consejos y recomendaciones que le van a permitir lograr un aprendizaje significativo y tener éxito en esta asignatura

- Durante todo el curso se manejará un texto básico y la guía didáctica
- Además del texto básico debe consultar otro texto de la bibliografía complementaria y el Internet para afianzar su aprendizaje
- Debe contar con los materiales necesarios como son, 1 cuaderno, útiles para escribir y calculadora científica
- Organice su tiempo y dedique por lo menos 5 horas semanales para la preparación de la materia.
- En lo posible designe un lugar apropiado para dedicarse al estudio de la

asignatura

- Revise con frecuencia la plataforma educativa para estar informado de las actividades por cumplir
- Prepare sus trabajos con tiempo, no los deje para el final
- En cada unidad usted encontrará conceptos, ejemplos de cómo aplicar estos conceptos, ejercicios y problemas de aplicación. Varios de estos ejercicios están en el texto básico
- Al final de cada unidad existe una autoevaluación que le permitirá medir su progreso en el estudio de la asignatura. La presente guía cuenta con un solucionario.
- Acostúmbrese a leer de una manera comprensiva. Lea las veces que sean necesarias para un mejor entendimiento de los conceptos y problemas planteados en las unidades siguientes.
- Antes de rendir las evaluaciones prepárese con responsabilidad
- Revise el plan didáctico que se encuentra en la presente guía
- Ante cualquier duda o dificultad no dude en contactar con su tutor por medio del correo electrónico o a través de las tutorías

4. Metodología

El presente curso se basará en un aprendizaje activo centrado en todas las actividades que están planificadas y que usted, estimado estudiante, desarrollará con mucho compromiso, siendo usted el protagonista del proceso de aprendizaje. Esta metodología debe promover la reflexión y relacionar los nuevos aprendizajes con conocimientos previos que posea. El proceso de enseñanza aprendizaje debe hacer énfasis en la lectura, comprensión, cuestionamiento, discusión, aplicación de conceptos y resolución de problemas.

La resolución de problemas se presenta como aplicación de los conceptos vistos en las unidades didácticas, son problemas que se relacionan con su entorno y su futura profesión. Con esta estrategia usted aprende a analizar información y datos, a interpretarlos y se entrena en la toma de decisiones.

El aprendizaje colaborativo será otra estrategia que utilizaremos en el transcurso del curso. A través de grupos los estudiantes trabajan juntos para lograr el cumplimiento de metas y objetivos y facilitar la comprensión de los temas tratados.

El uso de las tecnologías es muy importante en todo proceso educativo y facilitará los aprendizajes autónomos. Es por eso que usted tendrá interacción permanente con las TICs y la plataforma Moodle.

5. Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje

PRIMER BIMESTRE

Resultado de aprendizaje 1

Utiliza los conocimientos de Matemática para el planteamiento y solución de problemas empresariales locales.

Para lograr este resultado de aprendizaje es necesario que en la primera unidad estudie el conjunto de los números Reales, sus propiedades y operaciones básicas y en la segunda unidad, operaciones con expresiones algebraicas. Este conocimiento será indispensable para que usted pueda aplicarlo en la resolución de problemas de la vida cotidiana y de su entorno profesional.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje

Unidad 1: NÚMEROS REALES

Contenidos

1.1 Subconjuntos de los números Reales

1.2 Propiedades de los Reales

1.3 Operaciones. Suma, resta, multiplicación y división

1.4 Potenciación. Propiedades

1.5 Radicación. Racionalización

Semana 1

1.1 Subconjuntos de los números Reales

En esta unidad usted podrá identificar los subconjuntos de los números Reales y las propiedades conmutativa, asociativa, distributiva, del elemento idéntico y del inverso, para que pueda aplicar en la resolución de ejercicios y problemas

Empiece por identificar los subconjuntos de los números Reales.

En la imagen siguiente puede observar que los reales se forman con la unión de dos conjuntos de números, los Racionales y los Irracionales. También se observa que los Naturales y Enteros son subconjuntos de los números Racionales. Este gráfico también le ayuda a visualizar, que un número que pertenece a los números naturales es también un número entero, racional y real

RECUERDE QUE

$\in$: Se usa para indicar que un elemento pertenece a un conjunto

$\notin$: Se usa para indicar que un elemento no pertenece a un conjunto.

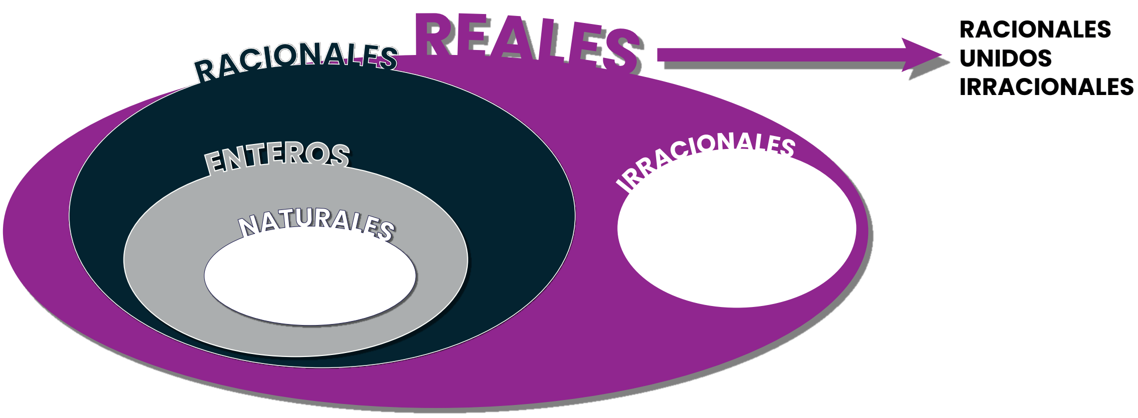


Figura 1. *Subconjunto de los números Reales adaptada por Margarita Rojas*

Los números 1, 2, 3, ... que sirven para contar y enumerar forman el conjunto de los números naturales, que denotamos con la letra N.

$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

Los puntos suspensivos indican que este conjunto tiene un número infinito de elementos. Este conjunto tiene como primer elemento al número 1 y no tiene un último elemento

El conjunto formado por los números naturales, sus correspondientes opuestos y el cero son los números Enteros y se denota con la letra **Z**.

NOTA
Algunos autores consideran el cero como un número natural. En el presente curso no lo vamos a considerar de esa manera si no como un número entero.

Z = {…-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3…}

Este conjunto no tiene primer elemento ni último elemento.

Es importante recordar que los números naturales son un subconjunto de los números enteros. Todos los números naturales son también números enteros, pero no todos los números enteros son números naturales.

Entonces se afirma que:

$5 \in N$ 5 es un elemento de los números naturales

$5 \in Z$ 5 es un elemento de los números enteros

$-7 \notin N$ -7 no es un elemento de los números naturales

$-7 \in Z$ -7 es un elemento de los números enteros

Los números racionales son los que pueden escribirse como el cociente de dos números enteros, estos números se pueden escribir de la forma a/b donde a y b son números enteros y b debe ser diferente de cero

¿ Sabe usted porque la división para cero no está definida?

Le invito a que consulte sobre este tema

Este conjunto de numeros se denota con la letra **Q**.

Los números que pertenecen a este conjunto los podemos visualizar como fracciones o como decimales exactos o decimales periódicos asi:

$$\frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$\frac{3}{2} = 1{,}5$$

$$\frac{1}{3} = 0{,}33\ldots = 0{,}\overline{3}$$

$$\frac{151}{60} = 2{,}5166\ldots = 2{,}51\overline{6}$$

El conjunto de los números enteros **Z** es subconjunto de los números racionales **Q**, esto es todo número entero es un número racional, por ejemplo:

7 es un número entero y también es un número racional porque 7 se puede escribir como la fracción 7/1.

Ahora tome en cuenta que los números decimales que no son exactos ni periódicos no son racionales, estos números conforman el conjunto de los números Irracionales que denotamos con **I.**

Son números irracionales los números:

$$\sqrt{2} = 1{,}41421356\ldots$$

$$\sqrt{3} = 1{,}73205080\ldots$$

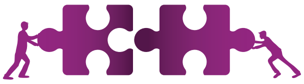
$$\sqrt{5} = 2{,}236067\ldots$$

$$\sqrt[3]{2} = 1{,}25992105\ldots$$

$$\sqrt[5]{-5} = -1{,}379729661\ldots$$

Números de gran importancia en matemática, como el número π, que se utiliza para calcular la longitud de la circunferencia; el número e, base de los logaritmos naturales también son números irracionales.

Le invito a observar el vídeo *"La historia de los números a través del* *tiempo"* Donde observará como fueron surgiendo los diferentes conjuntos de números, que son los que manejamos hoy dia



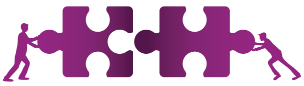
Actividad de aprendizaje recomendada #1

Clasifique los siguientes números indicando a cuales de los conjuntos **N, Z, Q, I, R** pertenecen:

$$5;\ -3; 0{,}23; \frac{5}{4}; \sqrt{\frac{18}{2}}; \sqrt[3]{-5}; -\frac{\pi}{2}; 4,\overline{7}; -\frac{\pi}{\pi}$$

N: **Z:** **Q:**

I: **R:**

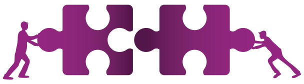


Actividad de aprendizaje recomendada #2

Complete la siguiente tabla

	-15	$\frac{125}{100}$	2π	$\frac{0}{4}$	$\sqrt{36}$	133	-3,5	$\frac{5}{0}$	$2,1985\ldots$	$\sqrt{-25}$	6,3	$\frac{4\pi}{\pi}$
N												
Z												
Q												
I												
R												
Ninguno												

La solución a las actividades recomendadas 1 y 2 se encuentran al final de esta Guía.



Actividad de aprendizaje recomendada #3

Realice el ejercicio 0.2 página 3 del texto básico. Tema los números reales.

Para averiguar su avance en el tema puede revisar las respuestas que se encuentran al final del texto básico.

1.2 Algunas propiedades de los números Reales

Antes de empezar con las operaciones con números Reales es importante que recuerde algunas de sus propiedades.

- **Propiedad Conmutativa**

a y b son dos números reales cualesquiera, entonces

$$a + b = b + a \quad y \quad a \,.\, b = b \,.\, a$$

Ejemplo 1:

$$3 + (-5) = (-5) + 3$$

$$2 \times 5 = 5 \times 2$$

$$7.\ (-10) = (-10).\ 7$$

Esta propiedad se cumple en las operaciones de suma y multiplicación

- **Propiedad asociativa**

Si a, b y c son 3 números reales cualesquiera, entonces

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad y \quad (a \,.\, b).c = a.(b \,.\, c)$$

Ejemplo 2

$$(3+5)+12 = 3+ (5+12)$$

$$(6 \,.\, 4) \,.\, 2 = 6 \,.\, (4 \,.\, 2)$$

Esta propiedad se cumple en las operaciones de suma y multiplicación

• Propiedad distributiva

Si a, b y c son 3 números reales cualesquiera, entonces

$$a.(b + c) = a.b + a.c \quad y \quad (b + c).a = b.a + c.a$$

Ejemplo 3

$$4.(5 + 3) = 4.5 + 4.3$$

$$4.\ 5 + 4.3 = 20 + 12$$

$$20 + 12 = 20 + 12$$

$$32 = 32$$

• Elemento identidad

Si a es un número real cualquier, entonces

$$a + 0 = a \quad y \quad a.1 = a$$

0 es elemento identidad para la operación suma

1 es el elemento identidad para la operación multiplicación

• Inversos

Si a es un número real cualquier, entonces existe un número real denominado **negativo de a** (denotado por –a) tal que:

$$a + (-a) = 0$$

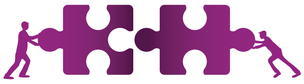
Si **a** no es cero, entonces también existe un número real denominado el **reciproco de a (denotado por a^{-1})** tal que:

$$a \,.\, a^{-1} = 1$$

Semana 2

1.3 Operaciones. Suma, resta multiplicación y división

Para que usted pueda avanzar en el estudio de la matemática debe ser capaz de manejar las operaciones con números reales. Le invito a que lea detenidamente el texto básico (pp.8-10), donde encontrará un resumen de las propiedades y como aplicarlas.



Actividad de aprendizaje recomendada #4

Revise con detenimiento la teoria de la sección 0.4 página 7 donde encontrará ejemplos de las propiedades y operaciones con números reales. Luego resuelva el ejercicio 0.4 página 10 del texto básico. Las soluciones las encuentra en el solucionario al final del texto básico.

Semana 3

1.4 Potenciación. Propiedades

¿Qué ocurre cuando en un producto el factor se repite un número determinado de veces?

Como en este ejemplo 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3

El 3 se repite 6 veces como factor, podemos escribir esta operación de una manera mas corta.

3^6 Potencia

3 se llama base y es el factor que se repite en la multiplicación

6 se llama exponente e indica las veces que se repite el 3 como factor

Observe el signo de la base y el exponente si es un número par o impar y deduzca la regla de los signos para la potenciación

$$\mathbf{2^4 = 2x2x2x2 = 16}$$
$$\mathbf{3^3 = 3x3x3 = 27}$$
$$\mathbf{(-2)^6 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = 64}$$
$$\mathbf{(-5)^3 = (-5)(-5)(-5) = -125}$$

Ahora usted ya es capaz de formular una regla de signos para las potencias

Regla de signos:

$$(+)^{par} = + \qquad \mathbf{3^4 = 81}$$
$$(+)^{impar} = + \qquad \mathbf{6^3 = 216}$$
$$(-)^{par} = + \qquad \mathbf{(-5)^4 = 625}$$
$$(-)^{impar} = - \qquad \mathbf{(-2)^3 = -8}$$

Es necesario revisar las principales propiedades de los exponentes para que pueda aplicar este conocimiento en la resolución de ejercicios y problemas.

Propiedades de los exponentes

1. Producto de potencias con la misma base

$$\boldsymbol{a^m . a^n = a^{m+n}}$$

Se conserva la misma base y se suman los exponentes

Ejemplo 4

$$\mathbf{3^2 . 3^4 = 3^{2+4} = 3^6}$$

$$\mathbf{(-2)^3 . (-2)^2 =)(-2)^5}$$

$$\mathbf{4^{-3} . 4^5 = 4^2}$$

2. División de potencias con la misma base

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Se conserva la misma base y se restan los exponentes

Ejemplo 5

$$\frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$$

$$\frac{5^7}{5^5} = 5^2$$

3. Exponente cero

$$a^0 = 1 \quad a \neq 0$$

<u>0° no está definido</u>

Ejemplo 6

$$(-12)^0 = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

4. Exponente negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0 \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo 7

$$(52)^{-1} = \frac{1}{52} \qquad \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

5. Potencia de potencia

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

Se conserva la base y se multiplican los exponentes

Ejemplo 8

$$(4^2)^3 = 4^{2.3} = 4^6$$

$$[(3^4)^3]^2 = 3^{24}$$

6. **Potencia de un producto**

$$(a.b)^n = a^n.b^n$$

Cada factor se eleva al exponente n

Ejemplo 9

$$(3\ .\ 2)^4 = 3^4\ .\ 2^4$$

7. Potencia de un cociente

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Tanto el numerador como el denominador se elevan al exponente n

Ejemplo 10

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2}$$

Para completar el estudio del tema de exponentes debe leer del texto básico *(pp.12-14)* donde encontrará ejercicios resueltos que le pueden apoyar en el proceso de aprendizaje.

Actividad de aprendizaje recomendada #5

Realice el ejercicio 0.5 del texto básico *(pp.16)* los numerales del 1 al 14 sobre aplicación de las propiedades de potenciación. Las soluciones las encuentra en el solucionario al final del texto básico asi evaluará su progreso en este tema

Semana 4

1.5 Radicación. Propiedades. Racionalización

Es importante que distinga que cuando el exponente de una potencia es un número **fraccionario** se obtiene una raíz de esta forma:

$$\boldsymbol{a^{1/n} = \sqrt[n]{a^1}}$$

$$\boldsymbol{a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}}$$

Ejemplo 11

$$\boldsymbol{32^{1/5} = \sqrt[5]{32} = 2}$$

¿Cómo se llega a 2 como respuesta?

Fácil, se busca un número que elevado a la potencia 5 nos de 32 y ese número es 2.

$$\boldsymbol{2^5 = 32}$$

En general:

$\sqrt[n]{a} = \boldsymbol{b}$ **porque** $\boldsymbol{b^n} = a$

Observe atentamente los siguientes ejercicios para que deduzca la regla de los signos

$\sqrt[3]{125} = 5$ **porque** $\boldsymbol{5^3} = 125$

$\sqrt[3]{-27} = -3$ **porque** $(\boldsymbol{-3})^{\boldsymbol{3}} = \boldsymbol{-27}$

$\sqrt{25} = \pm 5$ **porque** $5^2 = 25\ y\ (-5)^2 = 25$

$\sqrt{-16}$ no existe porque no existe ningún número real que elevado al cuadrado de -16

Ahora ya puede concluir la regla de los signos:

$$\sqrt[par]{+} = \pm$$

$$\sqrt[impar]{+} = +$$

$$\sqrt[impar]{-} = -$$

$\sqrt[par]{-}$ no tiene solución en los números reales

Principales propiedades de los radicales

1. $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$ producto de radicales de igual índice

2. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ división de radicales de igual índice

3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$ raíz de raíz

4. $\sqrt[n]{a^n} = a$ raíz de potencias

Racionalización

Racionalizar una fracción que tiene un radical en su denominador es un proceso que nos permite obtener una fracción equivalente sin radical en el denominador.

Observe y analice los siguientes ejemplos:

Ejemplo 12

Racionalice $\frac{3}{\sqrt{5}}$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3.\sqrt{5}}{\sqrt{5}.\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Ejemplo 13

Racionalice $\frac{2}{\sqrt[5]{x^2}} = \frac{2.\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^2}.\sqrt[5]{x^3}} = \frac{2\sqrt[5]{x^3}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{2\sqrt[5]{x^3}}{x}$

Para una mejor comprensión de este tema revise los ejemplos del texto básico (*pp.15*) *ejemplo 6 y 7*

Actividad de aprendizaje recomendada #6

Ahora ya puede evaluar sus conocimientos. Resuelva los siguientes ejercicios. Encontrará las soluciones al final de esta Guía. Éxito. Autoevaluación

Establezca si cada una de las siguientes igualdades son verdaderas o falsas

1. $2.(5-4y)=10-4y$ _________
2. $-(x+y)=-x+y$ _________
3. $a \div (b \div c) = (a.c) \div b$ _________
4. $(-a)(-b)(-c) \div (-d) = -(abc \div d)$ _____

Simplifique las expresiones siguientes. No use paréntesis o exponentes negativos en la respuesta final.

5. $(3^4)^3 =$
6. $\left(\frac{x}{2}\right)^3.(4x^{-1})^2 =$
7. $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \div 5^{-2}$
8. $\frac{(-3x)^2}{-3x^2} =$

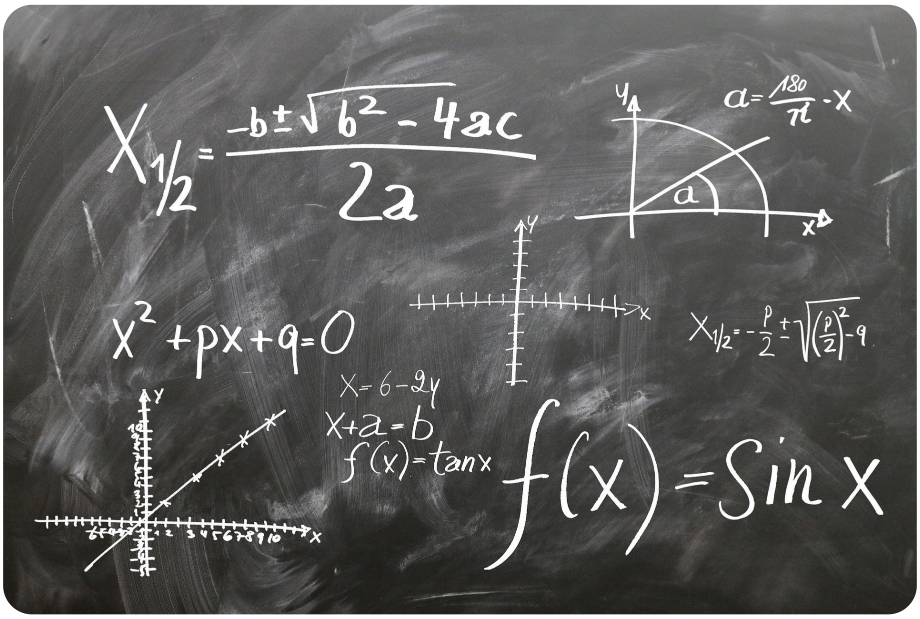
Encuentre m tal que las proposiciones siguientes sean verdaderas

9. $8\sqrt[3]{2} = 2^m$
10. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} = 2^m$

Resultado de
aprendizaje **2**

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje

Unidad 2: EXPRESIONES ALGEBRAICAS



Contenidos

2.1 Conceptos básicos. Suma y resta de polinomios

2.2 Multiplicación de polinomios. Productos notables. División de expresiones algebraicas

2.3 Factorización de expresiones algebraicas

2.4 Fracciones algebraicas. Simplificación y operaciones

Semana 5

2.1 Conceptos básicos. Suma y resta de polinomios

En esta unidad usted aplicará las propiedades de los Reales en operaciones con expresiones algebraicas, y en la resolución de problemas.

Primero debe revisar conceptos básicos del algebra para poder realizar con éxito las operaciones con expresiones algebraicas

¿Qué es una expresión algebraica?

Una expresión algebraica es una combinación de letras y números ligadas por los signos de las operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

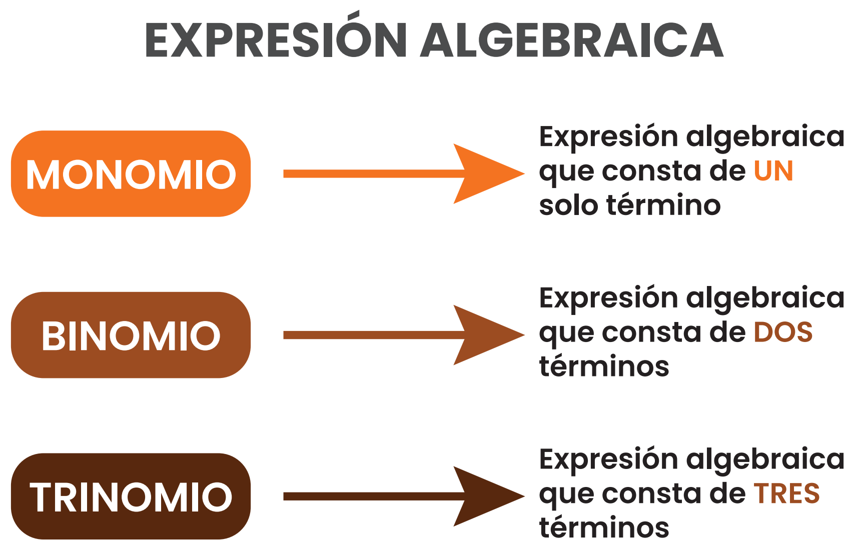


Figura 2. *Expresiones algebraicas adaptada por Margarita Rojas*

Ejemplo 1

$$2a - 3b;\ 3x^2 + 7y - 2;\ \ \frac{5m}{2};\ \ (p-q)^3$$

Términos de una expresión algebraica son los que están separados por los signos más o menos

Ejemplo 2

$$-4b^3 \qquad 1\ término$$

$$6x^2 - 7y \quad 2\ términos$$

$$\frac{5}{2} + 3z - 2w^2 \quad 3\ términos$$

Cuando el polinomio contiene un solo término se denomina monomio. Aquel que contiene exactamente dos términos se llama binomio y el que contiene tres términos se denomina trinomio, como se observa en la siguiente figura.

Es importante que recuerde que una expresión algebraica que contiene más de un término se llama **polinomio**

En un monomio se puede distinguir el coeficiente y la parte literal, así:

En el monomio, $\boldsymbol{-7x^3y}$ el coeficiente es -7 y la parte literal (letras) $\boldsymbol{x^3y}$

En el monomio, $\boldsymbol{abc^4}$ el coeficiente es 1 se sobreentiende y la parte literal es $\boldsymbol{abc^4}$

¿Qué son términos semejantes?

Términos semejantes son los términos que tienen la misma parte literal. Observa el siguiente ejemplo

Ejemplo 3

3x; -5x; 2,3x **son semejantes**

5; 10; -3; 7/5 **son semejantes**

$-2ab^2$; $6ab^2$; ab^2 **son semejantes**

$12xy$; $7xy$; $-2yx$ **son semejantes**

$9pq^3$; $13qp^3$ **no son semejantes**, porque la parte literal no es idéntica

Este concepto de términos semejantes es importante para simplificar expresiones algebraicas

A continuación, se revisarán las operaciones que se pueden realizar con los polinomios

Suma de polinomios

La suma de polinomios se puede realizar de la siguiente forma, por ejemplo

Ejemplo 4

Sume $-3a + 5b$ con $-9b + 2a$

Esta suma se puede expresar de la siguiente manera:

$$(-3a + 5b) + (-9b + 2a)$$

Se procede a eliminar los signos de agrupación

$$-3a + 5b - 9b + 2a =$$

Se reducen términos semejantes

$$= -a - 4b$$

RECUERDE QUE PARA ELIMINAR UN SIGNO DE AGRUPACIÓN QUE ESTÁ PRECEDIDO DEL SIGNO MÁS, TODOS LOS TÉRMINOS QUE ESTÁN DENTRO DEL SIGNO DE AGRUPACIÓN CONSERVAN SU SIGNO.

Sustracción de polinomios

Esta operación es la operación opuesta a la suma

Ejemplo 5

De $-8x + 3y$ reste $7y - 2x$

Se debe identificar al minuendo y sustraendo. De donde se resta es el minuendo y lo que se resta es el sustraendo.

¿De dónde se resta?, la respuesta es de $-8x + 3y$, entonces esta expresión es el minuendo

¿Qué se resta?, la respuesta es $7y - 2x$, entonces esta expresión es el sustraendo

Ahora puede escribir la operación

$$(-8x + 3y) - (7y - 2x)$$

Se eliminan los signos de agrupación

$$-8x + 3y - 7y + 2x =$$

Se reducen términos semejantes

$$-6x - 4y$$

RECUERDE QUE PARA ELIMINAR UN SIGNO DE AGRUPACIÓN QUE ESTÁ PRECEDIDO DEL SIGNO MENOS, TODOS LOS TÉRMINOS QUE ESTÁN DENTRO DEL SIGNO DE AGRUPACIÓN CAMBIAN SU SIGNO.

Ejemplo 6

Reste $3x^2 - 5xy + 7y^2$ **de** $7x^2 - 2xy + 4y^2 + 6$

Minuendo: $7x^2 - 2xy + 4y^2 + 6$

Sustraendo: $3x^2 - 5xy + 7y^2$

Se escribe la operación

$(7x^2 - 2xy + 4y^2 + 6) - (3x^2 - 5xy + 7y^2) =$

Se eliminan signos de agrupación

$= 7x^2 - 2xy + 4y^2 + 6 - 3x^2 + 5xy - 7y^2$

Se reducen términos semejantes

$4x^2 + 3xy - 3y^2 + 6$

Actividad de aprendizaje recomendada #7

Ahora ya puede evaluar sus conocimientos. Resuelva el siguiente ejercicio. Encontrará las solución al final de esta Guía. Éxito.

Sean los polinomios:

P(a): $a^2 - 3a + 8$; Q(a): $a + 5$; R(a): $-3a^2 + 2a$; S(a): $6a^2 - 8a - 10$

Reste la suma de P(a) con R(a) de la suma de Q(a) con S(a)

Actividad de aprendizaje recomendada #8

Resuelva los ejercicios del texto básico sobre las operaciones de suma y resta de polinomios. *Ejercicio 0.6 (pp22 numerales del 1 al 9)*. Las soluciones se encuentran al final del texto.

Semana 6

2.2 Multiplicación de polinomios. Productos notables. División de expresiones algebraicas

Es importante que recuerde la regla de los signos para la multiplicación:

\+ por + = +

\+ por - = -

\- por + = -

\- por - = +

Multiplicación de un monomio por un polinomio.

Para multiplicar un monomio por un polinomio, se multiplica el monomio por todos y cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta la regla de los signos, y se hace la correspondiente reducción de términos semejantes.

Ejemplo 7

Multiplique el monomio $-3a^2b$ por el polinomio $2ab^2 + 5ab - 4b^3$

Se escribe la operación

$-3a^2b(2ab^2 + 5ab - 4b^3)$

Se aplica la propiedad distributiva

$$-3a^2b\,(2ab^2 + 5ab - 4b^3) =$$

$$= -6a^3b^3 - 15a^3b^2 + 12a^2b^4$$

Multiplicación de polinomios.

Para multiplicar un polinomio por otro, se multiplican todos y cada uno de los términos de uno de ellos por todos y cada uno de los términos del otro, teniendo en cuenta la regla de los signos, y se hace la correspondiente reducción de términos semejantes.

Ejemplo 8

Multiplique el polinomio $(x^2 - 5)$ por el polimonio $(x^3 + 2x^2 - x)$

Se escribe la operación

$(x^2 - 5).(x^3 + 2x^2 - x)$

Se aplica la propiedad distributiva

$$(x^2 - 5).(x^3 + 2x^2 - x)$$

$$x^2(x^3 + 2x^2 - x) - 5(x^3 + 2x^2 - x) =$$

Se efectúan las operaciones

$$= x^5 + 2x^4 - x^3 - 5x^3 - 10x^2 + 5x =$$

Se reducen términos semejantes

$$= x^5 + 2x^4 - 6x^3 - 10x^2 + 5x$$

Productos notables

Son productos muy comunes en algebra y conviene recordar sus resultados. Algunos de los más importantes son:

$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$	Binomio al cuadrado
$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 - 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$	Binomio al cuadrado
$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2$	Suma por diferencia
$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^3 = \boldsymbol{a}^3 + 3\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{ab}^2 + \boldsymbol{b}^3$	Binomio al cubo
$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^3 = \boldsymbol{a}^3 - 3\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{ab}^2 - \boldsymbol{b}^3$	Binomio al cubo

A continuación, se explica con un ejemplo la regla de un binomio al cubo

Ejemplo 9

$$(5x + 2y)^3 = (5x)^3 + 3(5x)^2(2y) + 3(5x)(2y)^2 + (2y)^3 =$$

Se efectúan las operaciones

$$= 125x^3 + 3(25x^2)(2y) + 3(5x)(4y^2) + 8y^3 = 125x^3 + 150x^2y + 60xy^2 + 8y^3$$

En la página 20 y 21 del texto básico encontrará más ejemplos de los productos notables, le recomiendo que los estudie.

División de expresiones algebraicas

Es importante que recuerde la regla de los signos para la división:

+ dividido para + = +

+ dividido para - = -

- dividido para + = -

- dividido para - = +

División de un polinomio para un monomio

Para dividir un polinomio entre un monomio, se divide cada término del polinomio para el monomio. Observe y analice los 2 ejemplos siguientes:

Ejemplo 10

$$\frac{20a^3b + 25a^4c - 15a^5}{-5a^3} = \frac{20a^3b}{-5a^3} + \frac{25a^4c}{-5a^3} - \frac{15a^5}{-5a^3} = -4b - 5ac + 3a^2$$

Ejemplo 11

$$\frac{12x^4y + 5x^2y^3}{4x^2y} = \frac{12x^4y}{4x^2y} + \frac{5x^2y^3}{4x^2y} = 3x^2 + \frac{5}{4}y^2$$

Revise el texto básico, la sección 0.6*(pp. 19-21)* para fortalecer su conocimiento sobre eliminación de signos de agrupación, multiplicación y división de expresiones algebraicas. Lea con detenimiento los ejemplos que se presentan.

Actividad de aprendizaje recomendada #9

Resuelva los ejercicios del texto básico sobre las operaciones de multiplicación y división de expresiones algebraicas. Ejercicio 0.6 (pp.22 y 23 numerales del 10 al 48). Las soluciones se encuentran al final del texto.

Semana 7

2.3 Factorización de expresiones algebraicas

Factorización es el proceso de reescribir (volver a escribir) un polinomio como un producto de varios factores, a continuación, se estudiarán los métodos más importantes para factorizar expresiones algebraicas.

Factor común. – Es el método que hay que revisar primero. Este caso se presenta cuando todos los términos de un polinomio tienen un factor común

Observe y analice los siguientes ejemplos de factor común

Ejemplo 12

ab + ac – ad,

en esta expresión se observa que en los 3 términos existe el factor a que se repite. Se dice que a es el factor común, entonces se puede volver a escribir como,

a (b + c – d). Se concluye que

ab + ac – ad = a (b + c – d)

Ejemplo 13

$$9x^2y^2 + 6xy^3 + 21x^3y^2 + 3xy^2$$

para el factor común se escoge las letras comunes con el menor exponente: $\mathbf{xy^2}$ y de los coeficientes numéricos el factor común es **3**

$$9x^2y^2 + 6xy^3 + 21x^3y^2 + 3xy^2 = 3xy^2(3x + 2y + 7x^2 + 1)$$

Recuerde que siempre debe factorizar completamente

Ejemplo 14

Factorice completamente

$$4m^2 + 12m^3$$
$$4m^2 + 12m^3 = 4m^2(1 + 3m)$$

Observe que aun cuando $4m^2 + 12m^3 = 2m^2(2 + 6m)$ no se puede decir que la expresión esté completamente factorizada, ya que $2 + 6m$ todavía se puede factorizar más

Ejemplo 15

Factorice completamente:

$$y(b+2)+b+2$$

Para poder factorizar esta expresión se debe utilizar la estrategia de agrupación así:

El tercer y cuarto término se agrupan con un paréntesis precedido del signo +, por lo tanto, los términos que se agrupan conservan el signo

$$y(b+2)+b+2=y(b+2)+(b+2)=(b+2)(y+1)$$

RECUERDE QUE SI AGRUPA CON UN PARÉNTESIS PRECEDIDO DEL SIGNO MENOS, LOS TÉRMINOS QUE SE AGRUPAN CAMBIAN DE SIGNO

Factorización de binomios. –

Diferencia de cuadrados.

Regla: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

Ejemplo 16

$$36x^2-25y^2=(6x+5y)(6x-5y)$$

Suma de cubos.

Regla: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

Ejemplo 17

$$27x^3 + 64y^3 = (3x + 4y)((3x)^2 - (3x)(4y) + (4y)^2)$$

Se efectúan las operaciones indicadas y queda:

$$= (3x + 4y)(9x^2 - 12xy + 16y^2)$$

Diferencia de cubos.

Regla: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Ejemplo 18

$$8z^6 - 125w^3 = (2z^3 - 5w)((2z^3)^2 + (2z^3)(5w) + (5w)^2) =$$

Se efectúan las operaciones indicadas y queda:

$$(2z^3 - 5w)(4z^6 + 10z^3w + 25w^2)$$

Factorización de trinomios

Trinomio cuadrado perfecto. Un trinomio cuadrado perfecto es aquel que tiene dos términos que son cuadrados perfectos y positivos (por lo general son el primer y tercer término) y el tercer término es el doble producto de las raíces de los términos anteriores.

Regla: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Ejemplo 19

$$4x^2 - 12xy + 9y^2$$

Hay que proceder a verificar que es un trinomio cuadrado perfecto

$$4x^2 - 12xy + 9y^2$$

2x 3y

2(2x)(3y)

Primero se obtiene la raíz cuadrada del primer y tercer términos. Después se calcula el doble producto de las raíces obtenidas. Así se verifica que es un cuadrado perfecto

Es importante que tome en cuenta que existen trinomios que no son trinomios cuadrados perfectos que pueden ser factorizados siguiendo otras reglas, como se puede observar en los dos ejemplos siguientes

Ejemplo 20

$$x^2 + 10x + 16 = (x + 8)(x + 2)$$

Para proceder a factorizar de esta manera, primero tiene que cerciorarse que el coeficiente de la incógnita al cuadrado es 1. El primer término de cada factor corresponde a la raíz cuadrada de la incógnita al cuadrado, esto es x. Luego se buscan dos números cuya suma o resta sea igual a 10 (coeficiente de x) y cuyo producto sea igual a 16. Estos números son 8 y 2, Se coloca el mayor (8) en el primer factor y el menor (2) en el segundo factor

Como verificación es conveniente multiplicar el lado derecho para ver si coincide con el izquierdo.

Ejemplo 21

$$6x^2 + 7x - 3$$

Observe que este trinomio no es un trinomio cuadrado perfecto y el coeficiente de la incógnita al cuadrado no es 1. Este trinomio se puede factorizar aplicando otra regla.

$$\mathbf{6}x^2 + 7x - 3 = \frac{(6x + 9)(6x - 2)}{6} =$$

Se busca dos números que multiplicados den como resultado 18 y sumados o restados den como resultado el coeficiente de x, en este caso 7. Estos números son: 9 y 2

Ahora se debe proceder a sacar factor común

$$= \frac{3(2x+3).2(3x-1)}{3.2}$$

Simplificamos la fracción y se obtiene el siguiente resultado

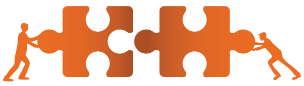
$$= (2x+3)(3x-1)$$

Luego se puede afirmar que

$$6x^2 + 7x - 3 = (2x+3)(3x-1)$$

Como verificación es conveniente multiplicar el lado derecho para ver si coincide con el izquierdo.

Para consolidar su conocimiento debe revisar la sección 0.7 *(pp.23-25)* del texto básico, donde encontrará una explicación de los diferentes casos de factorización y varios ejemplos que le ayudarán en el proceso de aprendizaje



Actividad de aprendizaje recomendada #10

Resuelva los ejercicios del texto básico sobre el tema de factorización. Ejercicio 0.7 (pp.25). Las soluciones se encuentran al final del texto.

Semana 8

2.4 Fracciones algebraicas.

Simplificación y operaciones

Una fracción algebraica es el cociente de dos expresiones algebraicas. No debe olvidar que la división para cero no está definida.

Son fracciones algebraicas: $\frac{x}{y}$; $\frac{2x-3}{x^2}$; $\frac{1}{3x^2y}$; $\frac{x^2-7x+9}{x+2}$

Simplificación de fracciones

Simplificar una fracción consiste en reducirla a su mínima expresión, eliminando los factores comunes del numerador y el denominador

Ejemplo 22

Simplifique la siguiente expresión algebraica

$$\frac{4a^3b^3}{16a^5b^6} =$$

Se eliminan los factores comunes del numerador y del denominador y queda:

$$\frac{1}{4a^2b^2}$$

Ejemplo 23

Simplifique la siguiente expresión algebraica

$$\frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$$

Se factoriza por completo el numerador y el denominador

$$\frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)^2}$$

Para visualizar mejor la eliminación de factores, se puede escribir la fracción

$$\frac{\cancel{(x+y)}(x-y)}{\cancel{(x+y)}(x+y)}$$

Se eliminan los factores comunes

$$\frac{(x-y)}{(x+y)}=\frac{x-y}{x+y}$$

Revise los ejemplos que se encuentran de la sección 0.8 (pp.26) de su texto básico para afianzar su conocimiento sobre la simplificación de fracciones

Multiplicación de fracciones. –

La multiplicación de $\frac{a}{b}$ por $\frac{c}{d}$ es $\frac{a.c}{b.d}$ se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador

Si se puede, primero factorizamos, para facilitar la simplificación

Ejemplo 24

$$\left(\frac{2x}{3y^2}\right)\cdot\left(\frac{3y^2}{4a}\right)\cdot\left(\frac{a^2}{2x^2}\right)$$

Se multiplican los numeradores y denominadores entre si

$$\frac{6a^2xy^2}{24ax^2y^2}$$

Se simplifican los factores comunes

$$\frac{a}{4x}$$

Ejemplo 25

$$\left(\frac{2a-2}{2a+4}\right)\cdot\left(\frac{a^2+4a+4}{a^2-a}\right)$$

Factorizamos

$$\frac{2(a-1)}{2(a+2)} \cdot \frac{(a+2)^2}{a(a-1)}$$

Multiplicamos numeradores y denominadores entre si

$$\frac{\cancel{2}\cancel{(a-1)}(a+2)^{\cancel{2}}}{\cancel{2}\cancel{(a+2)}a\cancel{(a-1)}}$$

Eliminamos factores comunes

$$\frac{a+2}{a}$$

División de fracciones. –

La división $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ se puede expresar como $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$

Ejemplo 26

$$\frac{2a^3}{3b^2} \div \frac{5ax^2}{4b^3}$$

Se expresa como multiplicación

$$\frac{2a^3}{3b^2} \cdot \frac{4b^3}{5ax^2}$$

Se multiplica numeradores y denominadores entre si

$$\frac{8a^3b^3}{15ab^2x^2}$$

Se eliminan los factores comunes

$$\frac{8a^2b}{15x^2}$$

Ejemplo 27

$$\left(\frac{x-2y}{2x+6y}\right) \div \left(\frac{3x-6y}{x+3y}\right) = \left(\frac{x-2y}{2x+6y}\right) . \left(\frac{x+3y}{3x-6y}\right) =$$

$$\frac{x-2y}{2(x+3y)} . \frac{x+3y}{3(x-2y)} = \frac{1}{2}$$

Revise los ejemplos que se encuentran de la sección 0.8 (pp.27) de su texto básico para afianzar su conocimiento sobre multiplicación y división de expresiones algebraicas.

Suma y resta de fracciones algebraicas. –

Al sumar o restar fracciones que tienen el denominador igual, se obtiene como resultado otra fracción cuyo numerador es la suma o resta de los numeradores y el denominador es el mismo de las fracciones originales.

$\frac{a}{d} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{d}$ $\qquad$ $\frac{a}{d} - \frac{c}{d} = \frac{a-c}{d}$

Ejemplo 28

$$\frac{3x+2}{x+1} + \frac{2x-3}{x+1} =$$

Se suman los numeradores y se coloca el mismo denominador

$$\frac{(3x+2)+(2x-3)}{x+1} =$$

En el numerador eliminamos signos de agrupación y reducimos términos semejantes y se coloca el mismo denominador

$$\frac{3x+2+2x-3}{x+1} = \frac{5x-1}{x+1}$$

Ejemplo 29

$$\frac{-5z+2}{z+1}-\frac{6-z}{z+1}=$$

Se restan los numeradores y se coloca el mismo denominador

$$\frac{(-5z+2)-(6-z)}{z+1}=$$

En el numerador eliminamos signos de agrupación y reducimos términos semejantes y se coloca el mismo denominador

$$\frac{-5z+2-6+z}{z+1}=\frac{-4z-4}{z+1}$$

Se saca factor común en el numerador y se simplifica la fracción

$$\frac{-4(z+1)}{z+1}=-4$$

Cuando las fracciones que se suman y restan no tienen el mismo denominador, se debe encontrar primero su mínimo común denominador (m.c.d) y se remplaza cada una de las fracciones dadas por una equivalente que tenga este m.c.d. como denominador.

Para calcular el m.c.d. se deben factorizar completamente los denominadores. El m.c.d. se obtiene multiplicando todos los factores comunes o no comunes con su mayor exponente.

Ejemplo 30

$$\frac{3x}{2yz}-\frac{3y}{5xy}+\frac{4z}{3x^2y}=$$

Se calcula el m.c.d. de 2yz; 5xy; $3x^2y$. Los denominadores ya están factorizados, el m.c.d es $30x^2yz$ este es el denominador común, luego este denominador se divide para cada denominador y este resultado se multiplica por su numerador correspondiente, quedando

$$\frac{15x^2(3x) - 6xz(3y) + 10z(4z)}{30x^2yz} =$$

Se efectúan las operaciones del numerador

$$= \frac{45x^3 - 18xyz + 40z^2}{30x^2yz}$$

Ejemplo 31

$$\frac{2x}{x^2 - 1} + \frac{1}{x(x-1)} - \frac{2x^2 - 1}{x(x^2 - 1)} =$$

Se factorizan los denominadores

$$\frac{2x}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{x(x-1)} - \frac{2x^2 - 1}{x(x+1)(x-1)} =$$

Se halla el m.c.d. y se hacen las operaciones correspondientes

$$\frac{x(2x) + (x+1).1 - 1.(2x^2 - 1)}{x(x+1)(x-1)} =$$

$$\frac{2x^2 + x + 1 - 2x^2 + 1}{x(x+1)(x-1)} =$$

$$\frac{x + 2}{x(x+1)(x-1)}$$

Revise y analice los ejemplos que se encuentran de la sección 0.8 *(pp.28, 29 y 30)* de su texto básico para afianzar su conocimiento sobre suma y resta de expresiones algebraicas

Actividad de aprendizaje recomendada #11

Resuelva los ejercicios del texto básico sobre el tema de simplificación de fracciones y operaciones. Ejercicio 0.8 *(pp.31 los ejercicios del 1 al 12); (pp.32 los ejercicios del 29 al 40)* Las soluciones se encuentran al final del texto.

Se ha concluido con el estudio de los números reales y las expresiones algebraicas. A continuación, se presenta una autoevaluación, las respuestas están al final de la presente guía. Si sus respuestas son correctas usted ya está listo para rendir la prueba presencial de final del primer bimestre. Éxito

Actividad de aprendizaje recomendada #12

Ahora ya puede evaluar sus conocimientos sobre expresiones algebraicas. Resuelva los siguientes ejercicios. Encontrará las soluciones al final de esta Guía. Éxito. Autoevaluación

Establezca la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones

1. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ ______
2. $-2(a+b) = -2a + b$ ______
3. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.c}$ ______
4. $\frac{a+2b}{a} = 2b$ ______
5. $\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$ ______

En las expresiones siguientes, efectúe las operaciones indicadas y simplifique los resultados.

6. $\frac{1}{x^2+1} + 2$
7. $\frac{1}{x+2} - \frac{2}{x+3}$
8. $\frac{x+y}{p^2-q^2} \div \frac{x^2-y^2}{p+q}$

Factorice por completo

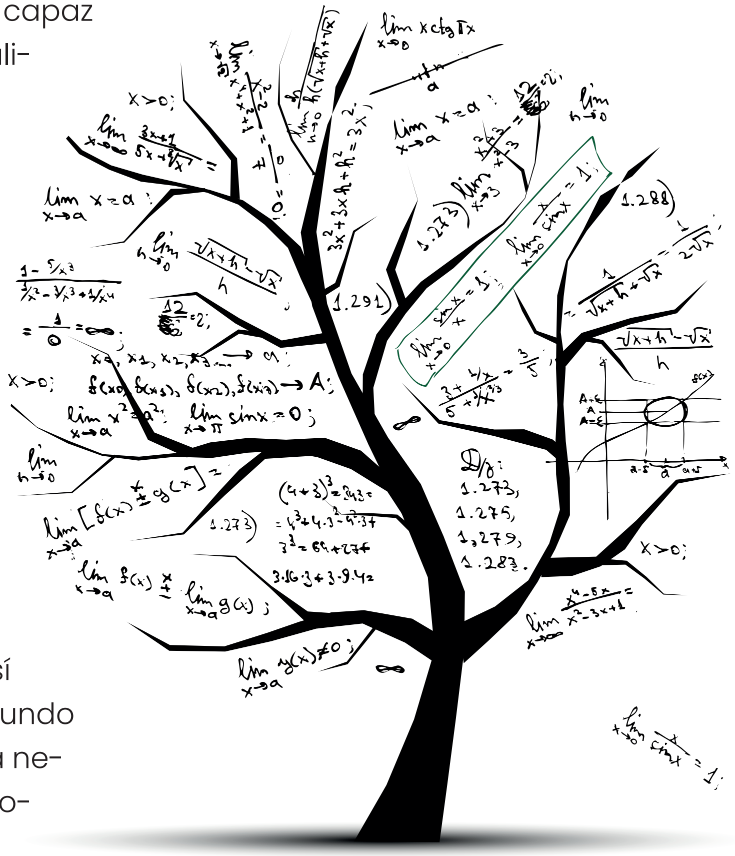
9. $3x^2 - 75y^2$
10. $2p^2 + p - 28$

SEGUNDO BIMESTRE

Resultado de aprendizaje 3

Soluciona problemas de la carrera que implican el uso de ecuaciones de primer y segundo grado.

Considerando que el conocimiento sobre ecuaciones es uno de los más trascendentales en la matemática puesto que sirve de base para el aprendizaje de innumerables temas subsiguientes en el campo numérico, alcanzar este resultado de aprendizaje garantizará que el estudiante sea capaz de interpretar adecuadamente la realidad que implique el uso de ecuaciones, que siempre están inmersas en la cotidianeidad tanto profesional como personal, muchas veces de manera implícita.



En esta unidad se desarrollará la lógica para obtener datos de situaciones cotidianas para luego procesarlos mediante ciertos algoritmos definidos para ecuaciones de primer grado con una, dos o hasta tres incógnitas, así como también, ecuaciones de segundo grado con una incógnita, según sea la necesidad y así obtener la solución a problemas que se dan en la realidad.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje

Unidad 3. ECUACIONES

3.1. Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Semana 1

Una ecuación es una proposición que indica que dos expresiones son iguales. Las dos expresiones que forman una ecuación se conocen como sus lados. Estos lados están separados por el signo de igualdad.

EJEMPLO 1 **Ejemplos de ecuaciones**

a. $x+2=3$
b. $x^2+3x+2=0$
c. $\frac{y}{y-4}=6$
d. $w=7-z$

En este ejemplo 1, cada ecuación contiene al menos una variable. Una variable es un símbolo que puede ser reemplazado por un número cualquiera de un conjunto de números diferentes. Los símbolos más comunes utilizados para identificar las variables son las últimas letras del alfabeto, x, y, z, w y t. Por lo tanto, se dice que las ecuaciones (a) y (c) son ecuaciones en las variables x y y, respectivamente. La ecuación (d) es una ecuación en las variables w y z. En la ecuación x + 2 = 3, los números 2 y 3 se conocen como constantes.

Las constantes son números fijos.

Nunca se permite que en una ecuación haya una variable que tenga un valor para el cual esa ecuación no esté definida. Por ejemplo, en

$$\frac{y}{y-4}=6$$

y no puede ser 4, porque provocaría que el denominador fuese cero; mientras que en

$$\sqrt{x-3}=9$$

x - 3 no puede ser negativo porque no es posible obtener raíces cuadradas a partir de números negativos. En algunas ecuaciones los valores permisibles de una variable están restringidos por razones físicas. Por ejemplo, si la variable q representa una cantidad vendida, valores negativos de q no tienen sentido.

Resolver una ecuación significa encontrar todos los valores de sus variables para los cuales la ecuación es verdadera. Estos valores se conocen como soluciones de la ecuación y se dice que satisfacen la ecuación. Cuando sólo está involucrada una variable, una solución también se conoce como raíz. Al conjunto de todas las soluciones se le llama conjunto solución de la ecuación. En ocasiones, a una letra que representa una cantidad desconocida en una ecuación se le denomina simplemente como incógnita. A continuación, se ilustran estos términos.

EJEMPLO 2 **Terminología para las ecuaciones**

a. En la ecuación $x + 2 = 3$, la variable x es la incógnita. Evidentemente, el único valor de x que satisface la ecuación es 1. Por ende, 1 es una raíz y el conjunto solución es $\{1\}$.

b. -2 es una raíz de $x^2 + 3x + 2 = 0$ porque sustituir -2 por x hace que la ecuación sea verdadera: $(-2)^2 + 3(-2) + 2 = 0$. Así que -2 es un elemento del conjunto solución, pero en este caso no es el único. Existe uno más, ¿podría usted encontrarlo?

c. $w = 7 - z$ es una ecuación con dos incógnitas. Una solución es el par de valores $w = 4$ y $z = 3$. Sin embargo, existe un número infinito de soluciones.

¿Podría usted pensar en otra?

Ecuaciones equivalentes

Se dice que dos ecuaciones son equivalentes si tienen exactamente las mismas soluciones, lo cual significa, precisamente, que el conjunto solución de una es el conjunto solución de la otra. Resolver una ecuación puede implicar la realización de operaciones en ella. Es preferible que al aplicar cualquiera de tales operaciones se obtenga una ecuación equivalente. Existen tres operaciones que garantizan la equivalencia:

1. Sumar (o restar) el mismo polinomio a (de) ambos lados de una ecuación, donde el polinomio está en la misma variable que aparece en la ecuación.

   Por ejemplo, si $-5x = 5 - 6x$, entonces al sumar $6x$ en ambos lados se obtiene la ecuación equivalente $-5x + 6x = 5 - 6x + 6x$, o $x = 5$.

2. Multiplicar (o dividir) ambos lados de una ecuación por la misma constante distinta de cero.

   Por ejemplo, si $10x = 5$, entonces al dividir ambos lados entre 10 se obtendrá la ecuación equivalente o

3. Reemplazar cualquiera de los lados de una ecuación por una expresión equivalente.

   Por ejemplo, si $x(x + 2) = 3$, entonces al reemplazar el miembro izquierdo por la expresión equivalente $x^2 + 2x$ se obtendrá la ecuación equivalente $x^2 + 2x = 3$.

   De nuevo: la aplicación de las operaciones 1 a 3 garantiza que la ecuación resultante sea equivalente a la original. Sin embargo, algunas veces, para resolver una ecuación es necesario aplicar otras operaciones distintas de éstas. Dichas otras operaciones no necesariamente resultan en ecuaciones equivalentes e incluyen las siguientes.

Operaciones que pueden no producir ecuaciones equivalentes

4. Multiplicar ambos lados de una ecuación por una expresión que involucre la variable.
5. Dividir ambos lados de una ecuación por una expresión que involucre la variable.
6. Elevar ambos lados de una ecuación al mismo exponente.

Se ilustrarán las tres últimas operaciones. Por ejemplo, por inspección, la única raíz de x - 1 = 0 es 1. Al multiplicar cada miembro por x (operación 4) se obtiene x^2 - x = 0, que se satisface si x es 0 o 1 (verifique esto por sustitución). Pero 0 no satisface la ecuación original. Por lo tanto, las ecuaciones no son equivalentes.

De la misma forma, puede verificar que la ecuación (x - 4)(x - 3) = 0 se satisface cuando x es 4 o 3. Al dividir ambos lados entre x - 4 (operación 5) se obtiene x - 3 = 0, cuya única raíz es 3. Otra vez no se tiene una equivalencia, puesto que en este caso se ha "perdido" una raíz. Observe que cuando x es 4 la división entre x - 4 implica dividir entre 0, una operación que no es válida.

Por último, al elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación x = 2 (operación 6) se obtiene x2 = 4, la cual es verdadera si x = 2 o -2. Pero -2 no es raíz de la ecuación dada.

A partir de este análisis, resulta claro que cuando se realicen las operaciones 4, 5 y 6 es necesario ser cuidadosos acerca de las conclusiones concernientes a las raíces de una ecuación dada. Las operaciones 4 y 6 pueden producir una ecuación con más raíces. Por lo tanto, hay que verificar si la "solución" obtenida con estas operaciones satisface la ecuación original. La operación 5 puede producir una ecuación con menos raíces. En este caso, cualquier raíz "perdida" tal vez nunca pueda determinarse. Por ello, siempre que sea posible debe evitarse la operación 5.

En resumen, una ecuación puede pensarse como un conjunto de restricciones sobre cualquier variable de la ecuación. Las operaciones 4, 5 y 6 pueden aumentar o disminuir estas restricciones, lo cual produciría soluciones diferentes de las que pueden obtenerse a partir de la ecuación original. Por su parte, las operaciones 1, 2 y 3 nunca afectan las restricciones.

En general, para resolver las ecuaciones es posible que de un despeje a otro ya no sean equivalentes y en este sentido solo basta con comprobar en la ecuación original las respuestas encontradas para averiguar si son solución de la ecuación. En este proceso hay que cuidar no dividir ni multiplicar por funciones que se anulen en algún punto, como sucedió en la ecuación x - 1 = 0, descrita anteriormente, ya que eso arrojaría raíces extrañas.

Ecuaciones lineales

Los principios presentados hasta aquí se demostrarán ahora en la solución de una ecuación lineal.

Definición.

Una ecuación lineal en la variable x es una ecuación equivalente a otra que puede escribirse en la forma

$$ax + b = 0 \qquad (1)$$

donde **a** y **b** son constantes y $a \neq 0$.

Una ecuación lineal también se conoce como ecuación de primer grado o ecuación de grado uno porque la potencia más alta de la variable que aparece en la ecuación (1) es la primera.

Para resolver una ecuación lineal, se realizan operaciones en ella hasta obtener una ecuación equivalente cuyas soluciones sean obvias. Esto significa lograr una expresión en la que la variable quede aislada en un lado de la ecuación, como lo muestran los ejemplos siguientes.

EJEMPLO 3 **Resolución de una ecuación lineal**

Resuelva $5x - 6 = 3x$.

Solución: Se empieza por colocar los términos que incluyen a **x** en un lado y las constantes en el otro lado. Luego se despeja **x** aplicando las operaciones matemáticas adecuadas. Se tiene que

$$5x - 6 = 3x$$

$5x - 6 + (-3x) = 3x + (-3x)$	sumando -3x en ambos lados
$2x - 6 = 0$	simplificando, esto es, operación 3
$2x - 6 + 6 = 0 + 6$	sumando 6 en ambos lados
$2x = 6$	simplificando
$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$	dividiendo ambos lados entre 2
$x = 3$	

Resulta claro que 3 es la única raíz de la última ecuación. Como cada ecuación es equivalente a la anterior, se concluye que 3 debe ser la única raíz de 5x - 6 = 3x. Entonces, el conjunto solución es {3}. El primer paso en la solución de una ecuación puede ser descrito como el acto de mover un término de un lado a otro cambiando su signo; esto se conoce comúnmente como transposición. Observe que, como la ecuación original puede escribirse en la forma 2x + (-6) = 0, es una ecuación lineal.

EJEMPLO 4 **Resolución de una ecuación lineal**

Resuelva **2(p + 4) = 7p + 2.**

Solución: Primero, se quitan paréntesis. Después se agrupan los términos semejantes y se resuelve. Se tiene que

$2(p + 4) = 7p + 2$	
$2p + 8 = 7p + 2$	**propiedad distributiva**
$2p = 7p - 6$	**restando 8 de ambos lados**
$-5p = -6$	**restando 7p de ambos lados**
$p = \frac{-6}{-5}$	**dividiendo ambos lados entre -5**
$p = \frac{6}{5}$	

EJEMPLO 5 **Resolución de una ecuación lineal**

$$\frac{7x+3}{2} = \frac{9x+8}{4} = 6$$

Solución: Primero, se eliminan fracciones multiplicando ambos lados de la ecuación porel MCM, que es 4. Después se realizan varias operaciones algebraicas para obtener una solución. Así,

$4\left(\frac{7x+3}{2} - \frac{9x-8}{4}\right) = 4(6)$	
$4.\frac{7x+3}{2} - 4.\frac{9x-8}{4} = 24$	**propiedad distributiva**
$2(7x + 3) - (9x - 8) = 24$	**simplificando**
$14x + 6 - 9x + 8 = 24$	**propiedad distributiva**
$5x + 14 = 24$	**simplificando**
$5x = 10$	**restando 14 de ambos lados**
$x = 2$	**dividiendo ambos lados entre 5**

Cada ecuación de los ejemplos 3 al 5 tiene una sola raíz. Esto es cierto para toda ecuación lineal en una variable.

Ecuaciones con literales

Ecuaciones en las que algunas de las constantes no están especificadas, pero sí están representadas por letras como a, b, c o d, se llaman ecuaciones con literales y las letras se conocen como constantes literales. Por ejemplo, en la ecuación con literales x + a = 4b, puede considerarse a a y b como constantes literales. Las fórmulas como I = Prt, que expresan una relación entre ciertas cantidades, pueden considerarse como ecuaciones con literales.

Si se quiere expresar una letra en particular en términos de las otras literales, esta letra es considerada la incógnita.

EJEMPLO 6 **Resolución de ecuaciones con literales**

a. La ecuación I = Prt es la fórmula utilizada para calcular el interés simple I sobre un capital P a una tasa de interés anual r en un periodo de t años. Exprese r en términos de I, P y t.

Solución: Aquí se considera que r es la incógnita. Para aislarla, se dividen ambos lados entre Pt. Se tiene que

$$I = Prt$$

$$\frac{I}{Pt} = \frac{Prt}{Pt}$$

$$\frac{I}{Pt} = r \quad \text{entonces} \quad r = \frac{I}{Pt}$$

Cuando se dividen ambos lados entre Pt, se supone que Pt = 0 porque no es posible dividir

entre 0. Se harán suposiciones semejantes al resolver otras ecuaciones con literales.

Cuando se dividen ambos lados entre Pt, se supone que Pt = 0 porque no es posible dividir entre 0. Se harán suposiciones semejantes al resolver otras ecuaciones con literales.

b. La ecuación S = P + Prt es la fórmula utilizada para calcular el valor S de una inversión de un capital P a una tasa de interés anual simple r durante un periodo de t años.

Solución:

$$S = P + Prt$$

$$S = P(1 + rt) \quad \text{factorizando}$$

$$\frac{I}{rt} = P \qquad \text{dividiendo ambos lados entre } S/1+rt$$

EJEMPLO 7 **Resolución de una ecuación con literales**

Resuelva $(a + c)x + x^2 = (x + a)^2$ para **x**.

Solución: Primero debe simplificarse la ecuación y después colocar todos los términos que incluyan a x en un lado:

$$(a + c)x + x^2 = (x + a)^2$$

$$ax + cx + x^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$ax + cx = 2ax + a^2$$

$$cx - ax = a^2$$

$$x(c - a) = a^2$$

$$x = \frac{a^2}{c - a}$$

Ecuaciones fraccionarias

Una ecuación fraccionaria es una ecuación en la que hay una incógnita en un denominador. En esta sección, se ilustrará que al resolver una ecuación no lineal puede obtenerse una ecuación lineal

EJEMPLO 8 **Resolución de una ecuación fraccionaria**

Resuelva $\dfrac{5}{x-4} = \dfrac{6}{x-3}$

Solución:

Estrategia Primero se escribe la ecuación de manera que no tenga fracciones. Después se utilizan técnicas algebraicas estándar para resolver la ecuación lineal resultante.

Multiplicando ambos lados por el MCM de los denominadores, (x - 4)(x - 3), se tiene

$$(x-4)(x-3)\left(\frac{5}{x-4}\right)=(x-4)(x-3)\left(\frac{6}{x-3}\right)$$

$$5(x-3)=6(x-4)$$

$$5x-15=6x-24 \qquad \text{Ecuación lineal}$$

$$9=x$$

En el primer paso, se multiplica cada lado por una expresión que incluya a la variable x. Como se mencionó anteriormente en esta sección, esto significa que no se tiene garantía de que la última ecuación sea equivalente a la original. Así que es necesario verificar si 9 satisface o no la ecuación original. Como

$$\frac{5}{9-4}=\frac{5}{5}=1 \quad y \quad \frac{6}{9-3}=\frac{6}{6}=1$$

se observa que 9 sí satisface la ecuación original

Algunas ecuaciones que no son lineales no tienen solución. En ese caso, se deduce que el conjunto solución es el conjunto vacío, el cual se denota por **ø**. En el ejemplo 9 se ilustra esta situación.

EJEMPLO 9 **Resolución de ecuaciones fraccionarias**

Resuelva $\frac{3x+4}{x+2}-\frac{3x-5}{x-4}=\frac{12}{x^2-2x-8}$

Solución: Al observar los denominadores y notar que x2 - 2x - 8 = (x + 2)(x - 4) se concluye que el MCM es (x + 2)(x - 4). Multiplicando ambos lados por el MCM, se obtiene

$$(x+2)(x-4)\left(\frac{3x+4}{x+2}-\frac{3x-5}{x-4}\right)=(x+2)(x-4).\frac{12}{(x+2)(x-4)}$$

$$(x-4)(3x+4)-(x+2)(3x-5)=12$$

$$3x^2-8x-16-(3x^2+x-10)=12$$

$$3x^2-8x-16-3x^2-x+10=12$$

$$-9x-6=12$$

$$-9x=18$$

$$x=-2$$

Sin embargo, la ecuación original no está definida para x = -2 (no es posible dividir entre cero), de modo que no existen raíces. Así, el conjunto solución es **ø**. Aunque -2 es una solución de la ecuación (3), no lo es de la ecuación original

Ecuaciones con radicales

Una ecuación con radicales (ecuación radical) es aquella en la que aparece una incógnita en un radicando. Los dos ejemplos siguientes ilustran las técnicas empleadas para resolver ecuaciones de este tipo.

E*JEMPLO 10* **Resolución de una ecuación con radicales**

Resuelva $\sqrt{x^2+33} = x+3$

Solución: Para resolver esta ecuación radical, se elevan ambos lados a la misma potencia para eliminar el radical. Esta operación no garantiza la equivalencia, de modo que es necesario verificar las "soluciones" resultantes. Se comienza por aislar el radical en un lado.

Después se elevan al cuadrado ambos lados y se despeja utilizando técnicas estándar. Así,

$x^2 + 33 = x + 3$

$x^2 + 33 = (x + 3)^2$ elevando al cuadrado ambos lados

$x^2 + 33 = x^2 + 6x + 9$

$24 = 6x$

$4 = x$

Por sustitución, debe mostrarse que 4 es realmente una raíz

Con algunas ecuaciones radicales, puede ser necesario elevar ambos lados a la misma potencia en más de una ocasión, como se muestra en el ejemplo 13.

EJEMPLO 11 **Resolución de una ecuación con radicales**

Resuelva $\sqrt{y-3} - \sqrt{y} = -3$

Solución: Cuando una ecuación tiene dos términos que involucran radicales, primero se escribe de modo que en cada lado haya un radical, si es posible. Después se eleva al cuadrado y se resuelve. Se tiene que

$$\sqrt{y-3} = \sqrt{y} - 3$$

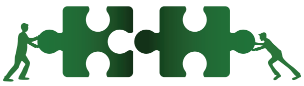
$$y - 3 = y - 6\sqrt{y} + 9$$

$$6\sqrt{y} = 12$$

$$\sqrt{y} = 2$$

$$y = 4$$

Al sustituir 4 en el lado izquierdo de la ecuación original se obtiene $\sqrt{1} - \sqrt{4}$, que es -1. Como este resultado no es igual al del lado derecho, -3, no existe solución. Es decir, el conjunto solución es **ø**.



Actividades de aprendizaje recomendadas #13

Resuelva los ejercicios **1.1** (pp 41 y 42 del 1 al 64) y **1.2** (pp 46 y 47 del 1 al 38) del texto básico.

Semana 2

Ecuaciones de segundo grado

Para aprender cómo resolver problemas más complejos, se abordarán los métodos de solución de ecuaciones cuadráticas.

Definición

Una ecuación cuadrática en la variable x es una ecuación que puede escribirse de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

donde a, b y c son constantes y $a \neq 0$.

Una ecuación cuadrática también se conoce como ecuación de segundo grado o ecuación de grado dos porque la potencia más grande que aparece en ella es la segunda. Mientras que una ecuación lineal sólo tiene una raíz, una ecuación cuadrática puede tener dos raíces diferentes.

Lea en las páginas *47 a 53* los métodos de resolución de ecuaciones cuadrática por:

a. **Factorización**

b. **Fórmula cuadrática**

c. **Ecuación de forma cuadrática**

Actividades de aprendizaje recomendadas #14

Resuelva el ejercicio 1.3 (pp 53, 54 y 55 del 1 al 84 los múltiplos de 5) del texto básico básico.

Semana 3

Sistemas de ecuaciones lineales (2x2 y 3x3)

Lea las páginas 152 a 161 del texto básico.

a. **Sistemas con dos variables**

- Método de eliminación por adición
- Método de eliminación por sustitución
- Sistema lineal con un número infinito de soluciones

b. **Sistemas con tres variables**

Actividades de aprendizaje recomendadas #15

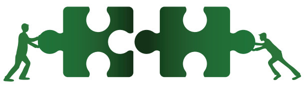
Resuelva el ejercicio 4.4 (pp.161 y 162 del 1 al 24, los pares; y los ejercicios 27. 31 y 33) del texto básico

Semana 4

Inecuaciones de primer grado

Lea en las páginas 70 a 74 el tema:

a. **Desigualdades lineales y su resolución**



Actividades de aprendizaje recomendadas #16

Resuelva el ejercicio 2.2 (pp.74 y 75 del 1 al 38 los impares) del texto básico.

Autoevaluación 3

Encuentre las respuestas a los siguientes problemas:

1. Una cerca de alambre se colocará alrededor de un terreno rectangular de modo que el área cercada sea de 800 ft2 y el largo del terreno sea el doble de su ancho. ¿Cuántos pies de malla se utilizarán?
2. El perímetro de un rectángulo es de 300 ft y su largo es 3 ft más que dos veces el ancho. Determine el área del rectángulo.
3. Uno de los insectos defoliadores más dañinos es la oruga lagarta, la cual se alimenta de plantas de sombra, de bosque y de árboles frutales. Una persona vive en un área en la que la oruga se ha convertido en un problema. Esta persona desea rociar los árboles de su propiedad antes de que ocurra mayor defoliación. Necesita 145 onzas de una solución compuesta por 4 partes de insecticida A y 5 partes de insecticida B. Después de preparada la solución, se mezcla con agua. ¿Cuántas onzas de cada insecticida deben usarse?
4. Un constructor fabrica cierto tipo de concreto al mezclar 1 parte de cemento, 3 partes de arena y 5 partes de piedra pulverizada (en volumen). Si se necesitan 765 ft3 de concreto, ¿cuántos ft cúbicos de cada ingrediente necesita el constructor?

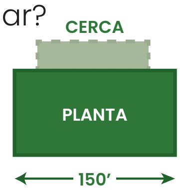
5. Un fabricante de cartuchos para juegos de video vende cada cartucho en \$21,95. El costo de fabricación de cada cartucho es de \$14,92. Los costos fijos mensuales son de \$8500. Durante el primer mes de ventas de un nuevo juego, ¿cuántos cartuchos debe vender el fabricante para llegar al punto de equilibrio (esto es, para que el ingreso total sea igual al costo total)?

6. Una compañía determinó que la ecuación de demanda para el producto es p = 1000/q, donde p es el precio de unidad para q unidades producidas y vendidas en algún periodo. Determine la cantidad demandada cuando el precio por unidad es \$4.

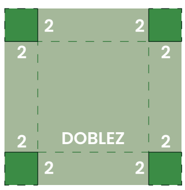
7. Suponga que los clientes comprarán q unidades de un producto cuando el precio sea de (80 - q)/4 dólares cada uno. ¿Cuántas unidades deben venderse para que el ingreso por ventas sea de \$400?

8. Un fabricante de juguetes para niños alcanzará el punto de equilibrio en un volumen de ventas de \$200 000. Los costos fijos son de \$40 000 y cada unidad de producción se vende a \$5. Determine el costo variable por unidad.

9. Por razones de seguridad, una compañía cercará un área rectangular de 11200 ft2 en la parte posterior de su planta. Un lado estará delimitado por el edificio y los otros tres lados por la cerca (vea la figura). Si se van a utilizar 300 ft de cerca, ¿cuáles serán las dimensiones del área rectangular?



10. Diseño de empaque Una compañía está diseñando un empaque para su producto. Una parte del empaque será una caja abierta fabricada a partir de una pieza cuadrada de aluminio, de la que se cortará un cuadrado a 2 in desde cada esquina para así doblar hacia arriba los lados (vea la figura). La caja debe contener 50 in3. ¿Cuáles son las dimensiones de la pieza cuadrada de aluminio que debe usarse?



Resultado de aprendizaje 4

Soluciona problemas de la carrera que implican el uso de ecuaciones de primer y segundo grado.

Las funciones matemáticas contemplan variables cuantitativas independientes y dependientes; muy importantes en la vida empresarial, de manera que, al alcanzar este resultado de aprendizaje, el estudiante estará en capacidad de resolver problemas que involucran oferta, demanda, márgenes de utilidad, niveles de ventas, entre otros aspectos esenciales que ocurren en devenir de las empresas.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje

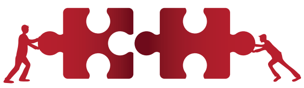
Unidad 4. Función

5.1. Relación

5.2. Dominio, recorrido y gráfica de una función.

Semana 5

Lea las páginas de la 87 a 92 del texto básico.



Actividades de aprendizaje recomendadas #17

Resuelva los ejercicios 3.1 (pp.93 del 1 al 24); **3.4** (pp.112 y 113 del 1 al 20)

Semana 6

6. 1. Simetría de funciones, respecto a los ejes y a la recta Y = X

Lea y analice el contenido de las páginas 115 a 119 del texto básico

Actividades de aprendizaje recomendadas #18

Resuelva el ejercicio 3.5 (pp.119 del 1 al 16 impares) del texto básico.

Semana 7

7.1. Función lineal Y = X

Lea las páginas 128 a 134 del texto básico

Actividades de aprendizaje recomendadas #19

Resuelva los problemas 2, 4, 12, 19, 27, 32, 55, 64, 71 y 72 que se encuentran en las páginas 134 y 135 del texto básico

---

Semana 8

8.1. Función cuadrática Y = X2

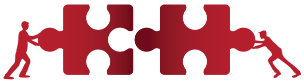
Lea las páginas 144 a 149 del texto básico

Actividades de aprendizaje recomendadas #20

Resuelva el ejercicio 4.3 (pp.150 del 13 al 26 y los ejercicios 27, 29 y 31) del texto básico básico.

8.2. Funciones exponenciales y logarítmicas

Lea y analice las páginas 198 a 201 del texto básico



Actividades de aprendizaje recomendadas #21

Resuelva los problemas 3, 7, 21, 30, 32, 35, 42, 43, 44 y 45 que se encuentran en las páginas 201 y 202 del texto básico.

Autoevaluación 4

1. Halle el dominio de la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2-6x-5}$
2. Halle el dominio de la función $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-5}}{4}$
3. Encuentre el valor funcional para $f(x)=\sqrt[4]{x-3};\ f(19)$
4. Encuentre el valor funcional para $f(x)=\dfrac{x-3}{x+4};\ f(5)$
5. Encuentre las intersecciones de la función $\mathbf{y = 4 + x^2}$ con el eje x
6. La ecuación $\mathbf{A = P(1.105)^t}$ da el valor **A** al final de t años de una inversión P compuesta anualmente a una tasa de interés de 10,5%. ¿Cuántos años tomará para que una inversión se duplique? Dé su respuesta al año más cercano
7. Encuentre todas las raíces reales de la ecuación

   $2x^2(x^2-10)=-3(x^3-9x+6)$

8. Debido a una campaña de publicidad ineficaz, una compañía de rasuradoras encuentra que sus ingresos anuales han sufrido una reducción drástica. Por otra parte, el ingreso anual R al final de t años de negocios satisface la ecuación $\mathbf{R=200\,000e^{-0.2t}}$. Encuentre el ingreso anual al final de tres años.
9. Despeje la x de la ecuación $\log x+\log(10x)=3$
10. Despeje la x de la ecuación $3^{4x}=9^{x+1}$

SOLUCIONARIO DE LA GUÍA DIDÁCTICA

Actividad de aprendizaje recomendada #1

N: $5; \sqrt{\frac{18}{2}}$

Z: $5; \sqrt{\frac{18}{2}}; -3; -\frac{\pi}{\pi};$

Q: $5; \sqrt{\frac{18}{2}}; -3; -\frac{\pi}{\pi};\ 0{,}23;\ \frac{5}{4}; 4,\overline{7}$

I: $\sqrt[3]{-5};\ -\frac{\pi}{2}$

R: $5; \sqrt{\frac{18}{2}}; -3; -\frac{\pi}{\pi};\ 0{,}23;\ \frac{5}{4}; 4,\overline{7}; \sqrt[3]{-5};\ -\frac{\pi}{2}$

Actividad de aprendizaje recomendada #2

	-15	125/100	2π	0/4	$\sqrt{36}$	133	-3,5	5/0	2,1985…	$\sqrt{-25}$	6,3	$\frac{4\pi}{\pi}$
N					x	x						x
Z	x			x	x	x						x
Q	x	x		x	x	x	x				x	x
I			x						x			
R	x	x	x	x	x	x	x		x		x	x
Ninguno								x		x		

Actividad de aprendizaje recomendada #6

1. F 2. F 3. V 4. F 5. 312 6. 2x 7. 1/5 8. -3 9. m = 10/3 10. m = 1/24

Actividad de aprendizaje recomendada #7

$8a^2 - 6a - 13$

Actividad de aprendizaje recomendada #12

1. F 2. F 3. V 4. F 5. V 6. $\frac{2x^2+3}{x^2+1}$ 7. $-\frac{x+1}{(x+2)(x+3)}$ 8. $\frac{1}{(p-q)(x-y)}$

9. $3(x+5y)(x-5y)$ 10. $(p+4)(2p-7)$

Auto evaluación 3

1. 120 *ft*
2. 4949 ft^2
3. $64\frac{4}{9}$ *oz* de A, $80\frac{5}{9}$ *oz* de B
4. 85 ft^3 cemento, 255 ft^3 arena, 425 ft^3 piedra
5. 1209 cartuchos
6. 250 unidades
7. 40 unidades
8. $ 4
9. 140 *ft* de largo; 80 *ft* de ancho
10. 9 *in* por lado

Auto evaluación 4

1. Los números reales a excepción del 1 y el 5
2. $x \geq 5$
3. 2
4. $\frac{2}{9}$
5. No hay intersección con el eje x
6. 7 años
7. x = ½, −3, 3, −2
8. $109762,33
9. x=10
10. x = 1

FORMATO DE REVISIÓN DE GUÍAS GENERAL DE ESTUDIOS POR PARES ACADÉMICOS (MODALIDAD A DISTANCIA)

IDENTIFICACIÓN DE LA GUÍA GENERAL DE ESTUDIOS		
TÍTULO DE LA GUÍA GENERAL DE ESTUDIOS DE LA ASIGNATURA: MATEMÁTICA PARA LA ADMINISTRACIÓN		
FECHA DE ENTREGA DE LA GUÍA GENERAL DE ESTUDIOS DE LA ASIGNATURA: 31/8/2023	FECHA DE ENTREGA DE LA REVISIÓN REALIZADA: 17/10/2023	
2. DATOS DEL PAR ACADÉMICO (Los siguientes datos deben ser suministrados por el para académico y son de carácter obligatorio)		
NOMBRE Y APELLIDOS: Diego Enrique Polanco Calvachi	DIRECCIÓN: Av. Buenos Aires OE1-16 y Av. 10 de agosto	TELÉFONOS; 0999216079
CORREO ELETRÓNICO: dpolanco@tecnologicopichincha.edu.ec	CIUDAD: Quito	PAÍS: Ecuador
CARGO: Docente	INSTITUCIÓN: Instituto Universitario Pichincha	ÁREAS DE INTERÉS: Tecnologías Innovación Fuente De Energías Renovables
ÚLTIMO TÍTULO ACADÉMICO OBTENIDO: Cuarto Nivel: Magister en Pedagogía y Docencia en Innovación Educativa	N°. DE IDENTIFICACIÓN/ PASAPORTE: 1720749892	

I. INSTRUCCIONES

1. Por favor responda **todas** las preguntas de este formulario.
2. Diligencie el formulario en computador.
3. **No modifique o altere las preguntas u opciones de este formulario**. La estructura de esta evaluación está planificada y responde a las políticas de publicación de las Guías General de Estudios de la MED.
4. Una vez finalice su diligenciamiento, debe devolverlo firmado vía e-mail a la persona que lo contactó.
5. Sea claro y preciso en sus respuestas.

6. Las respuestas del aparte de la fundamentación científica deben ser detalladas.
7. **En caso de no poder cumplir con el plazo** establecido, por favor **informar oportunamente al equipo editorial de la MED.**
8. En caso de detectar plagio, citación indebida o cualquier mala práctica, por favor comuníquelo al equipo editorial.

II. La guía de aprendizaje contiene:

ASPECTOS DE ESTILO A REVISAR	SI CUMPLE	NO CUMPLE
Márgenes	OK	
Numeración de páginas	OK	
Jerarquización de títulos	OK	
Tipo de letra	OK	
No existencia de encabezados o pies de páginas	OK	
Viñetas estandarizadas	OK	
Referencias de cuadros / Gráficos	OK	
Portada en acuerdo a Manual de estilo	OK	
Índice	OK	
Estructura de la guía		
4 unidades	OK	
Resultados de aprendizaje	OK	
Autoevaluación por cada unidad	OK	
Recursos de la guía	OK	
Redacción	OK	
Ortografía	OK	
Referencia Bibliográfica Norma APA séptima edición		OK
Informe anti-plagio	OK	

III. Fundamentación científica

ASPECTOS DE ESTILO A REVISAR	SI CUMPLE	NO CUMPLE
¿Los objetivos del texto están claramente enunciados y sustentados?	OK	
¿Utiliza una metodología adecuada para el desarrollo de los objetivos?	OK	
¿La presentación y argumentación de las ideas es coherente?	OK	
¿El manejo de conceptos, teorías y datos es preciso?	OK	
¿Existe relación entre el título, el problema, los objetivos, el marco teórico o metodológico y las conclusiones?	OK	
¿El tema es pertinente y brinda aportes a su área de conocimiento?	OK	

IV. Presentación de la información

ASPECTOS DE ESTILO A REVISAR	SI CUMPLE	NO CUMPLE
¿El autor utiliza un lenguaje claro y conciso?	OK	
¿Hay coherencia en la presentación y desarrollo de las ideas?	OK	
¿Las partes del trabajo se articulan entre sí y responden a los objetivos planteados?	OK	
¿Utiliza fuentes bibliográficas actualizadas (últimos tres años)?	OK	

¿Es adecuado el manejo del idioma por parte el autor (ortografía, redacción, sintaxis, puntuación)?	OK	
¿El texto se puede considerar original?	OK	

V. Recomendaciones

- Publicar sin modificaciones: X
- Publicar con modificaciones:
- No publicar:

V. Comentarios adicionales

El trabajo es coherente y reúne los requisitos para su publicación: X

FIRMA DEL EVALUADOR
Nombre: Msc. Diego Enrique Polanco Calvachi
ID: 1720749892

CERTIFICADO DE ANÁLISIS
magister

Guía Matemática para la Administración(1)

6% Textos sospechosos

1% Similitudes
0% similitudes entre comillas
0% entre las fuentes mencionadas
4% Idiomas no reconocidos

Nombre del documento: Guía Matemática para la Administración(1).docx
ID del documento: 673f7066e6d338068d2a31878ac190aaa69ff278
Tamaño del documento original: 860,87 kB

Depositante: PABLO FABIAN CARRERA TOAPANTA
Fecha de depósito: 3/3/2024
Tipo de carga: interface
fecha de fin de análisis: 3/3/2024

Número de palabras: 10.021
Número de caracteres: 61.403

Ubicación de las similitudes en el documento:

Fuente principal detectada

Nº	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	**sde93703475e1370e.jimcontent.com** https://sde93703475e1370e.jimcontent.com/download/version/1470024881/module/9750725852/n... **1 fuente similar**	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (42 palabras)

Fuentes con similitudes fortuitas

Nº	Descripciones	Similitudes	Ubicaciones	Datos adicionales
1	**Documento de otro usuario** #66c577 El documento proviene de otro grupo	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (31 palabras)
2	**cd.dgb.uanl.mx** http://cd.dgb.uanl.mx/bitstream/201504211/7325/1/19510.pdf	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (13 palabras)
3	**EDUC_2123_GD_Física Básica. DT corregida por el par.docx** | EDUC_2123_... #b5155d El documento proviene de mi grupo	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (10 palabras)
4	**espanol.libretexts.org** | 8.4: Resolver ecuaciones con variables y constantes en am... https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Pre-Algebra/Libro:_Prealgebra_(OpenStax)/08:_Resolver_...	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (15 palabras)
5	**docplayer.es** | UNIDAD 6. POLINOMIOS CON COEFICIENTES ENTEROS - PDF Descar... https://docplayer.es/13986549-Unidad-6-polinomios-con-coeficientes-enteros.html	< 1%		Palabras idénticas: < 1% (11 palabras)

TECNOLÓGICO UNIVERSITARIO PICHINCHA

Buenos Aires OE1-16 y Av. 10 de Agosto
09123 456 789
(02) 2 238 291
www.tecnologicopichincha.edu.ec

Modalidad Distancia

ISBN: 978-9942-8824-3-1
9789942882431